

二次計画法・余剰・空間価格均衡モデル

**Quadratic Programming**  
**Demand/Supply Surplus**  
**Spatial Price Equilibrium Model**

大学院授業メモ  
兵藤 哲朗

## 二次計画法 とは？

- ・ 一次計画法(という呼び方はないが)は,  
線形計画法(Linear Programming: LP)

$$\sum_k \theta_k x_k \rightarrow \min$$

$$\text{sub. to. } \mathbf{c}\mathbf{x} \geq \mathbf{c}_0$$

二次計画法は変数が二次関数に(非線形)  
→「n次計画法」という呼称はないが…何故か？

$$\sum_{k=1}^K \left\{ \theta_{kk} x_k^2 + \theta_k x_k \right\} + \sum_{m=1}^K \sum_{\substack{n=1 \\ m \neq n}}^K \theta_{mn} x_m x_n \rightarrow \min$$

$$\text{sub. to. } \mathbf{c} \mathbf{x} \geq \mathbf{c}_0$$

簡単な例

$$ax_1^2 + bx_1 + cx_2^2 + dx_2 + ex_1x_2 \rightarrow \min$$

## 二次計画法の一般的な表記法

$$\frac{1}{2} \mathbf{x}^t \mathbf{H} \mathbf{x} - \mathbf{d}^t \mathbf{x} \rightarrow \min$$

sub. to.  $\mathbf{c} \mathbf{x} \geq \mathbf{c}_0$        $\mathbf{H}$ : ヘッシアン行列

目的関数が唯一解を持つためには、  
ヘッシアン行列は正定値 (Positive Definite)  
である必要がある

正定値 (Positive Definite) とは, その行列の固有値がすべて正であること

まず, 簡単な例を一般型に直す

$$ax_1^2 + bx_1 + cx_2^2 + dx_2 + ex_1x_2 \rightarrow \min$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2a & e \\ e & 2c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -b \\ -d \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \rightarrow \min$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 2a & e \\ e & 2c \end{pmatrix}$$

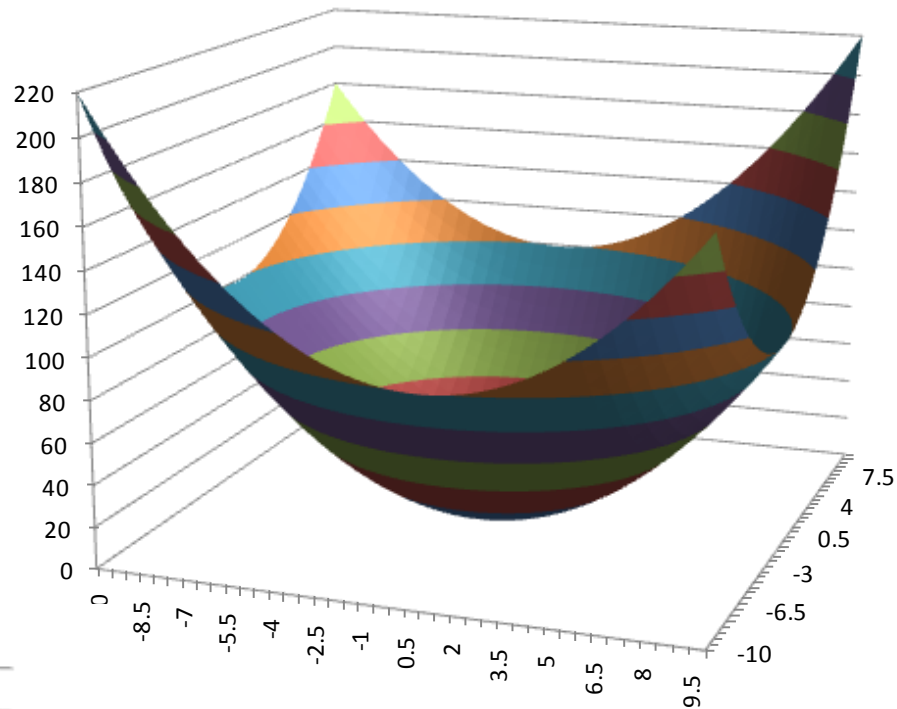
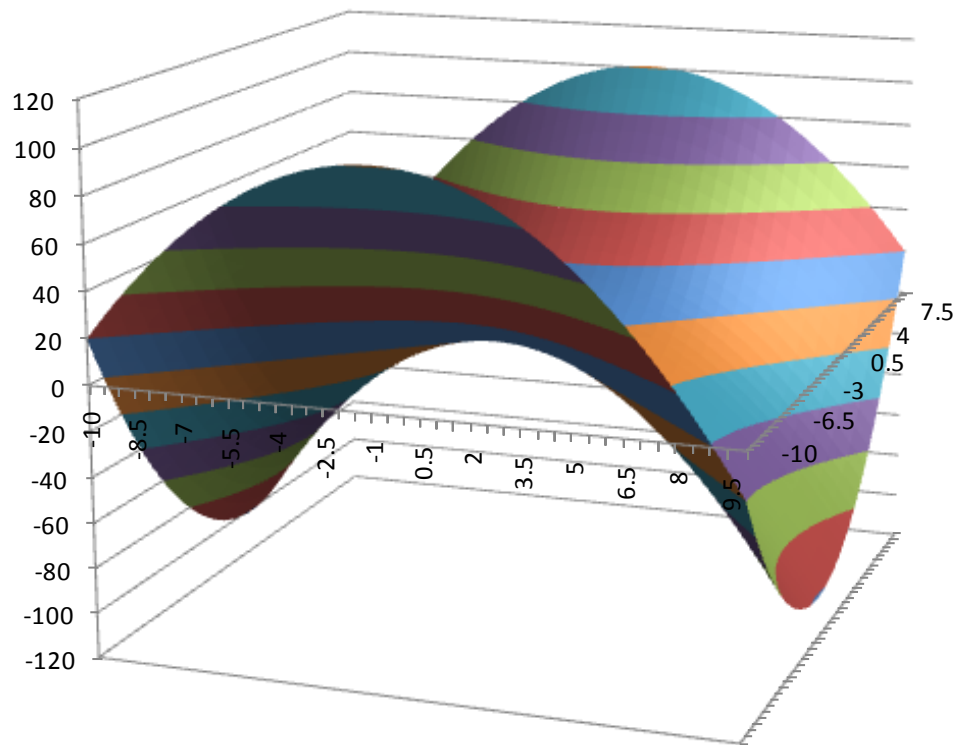
固有値を求めてみる

$$\begin{pmatrix} 2a & e \\ e & 2c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad \text{を解くと}$$

$$\lambda = (a+c) \pm \sqrt{(a-c)^2 + e^2} \quad \text{を得る. よって}$$

$4ac \leq e^2$  の場合は, 正定値でない

$$a=1, c=-1, e=0$$



$$a=1, c=1, e=0.2$$

# Rによる二次計画法パッケージ“quadprog”

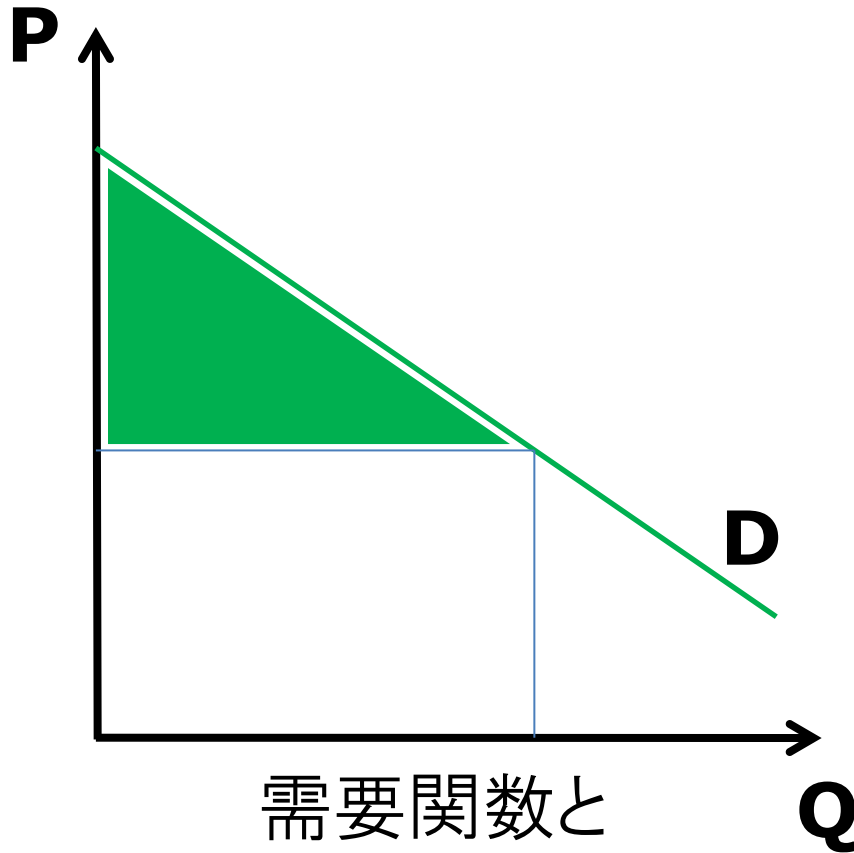
$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \rightarrow \min$$

$$\text{sub. to. } \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

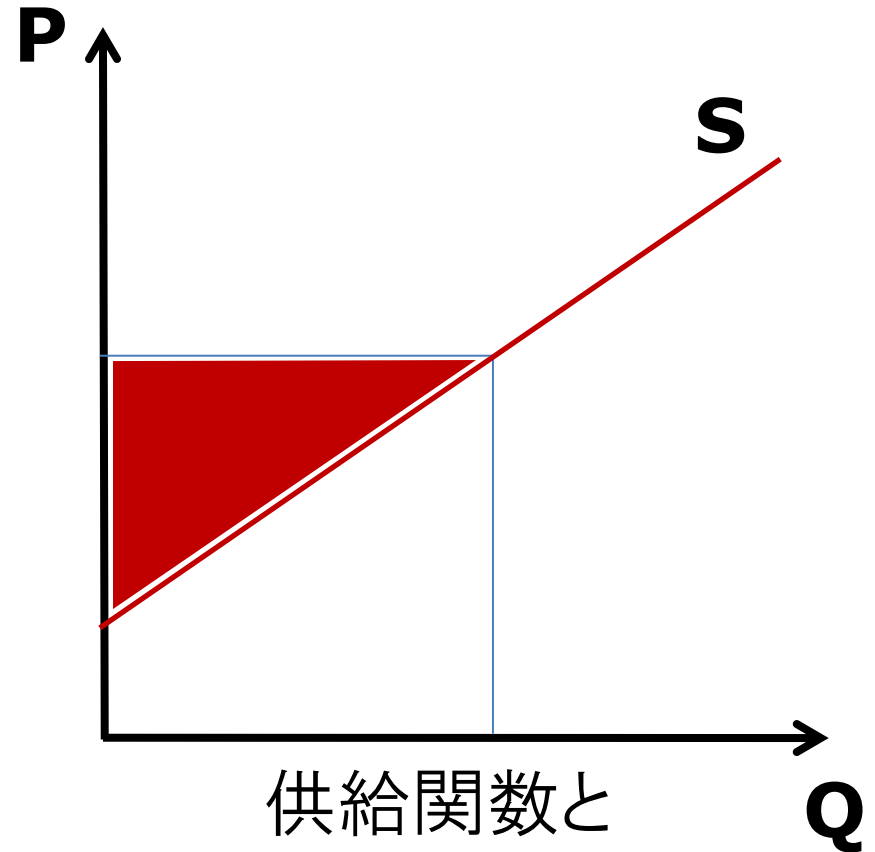
```
Library(quadprog)
Dmat <- matrix(0, 3, 3)
diag(Dmat) <- 2
dvec <- c(0, 5, 0)
Amat <- matrix(c(-4, -3, 0, 2, 1, 0, 0, -2, 1), 3, 3)
bvec <- c(-8, 2, 0)
solve.QP(Dmat, dvec, Amat, bvec=bvec)
```



# 経済学における余剰(**surplus**)とは？



需要関数と  
消費者余剰



供給関数と  
生産者余剰

消費者余剰 + 生産者余剰 = 社会的余剰  
Social Welfare

# 空間価格均衡モデル

## Spatial Price Equilibrium Model

Takayama & Judge (1971)が有名

→高山崇(1929～ ) : 北大農学部出身

- ・農産物は生産地と消費  
（空間的に分散し，輸送
- ・需要量と供給量が「量と  
通じて均衡する



Takashi Takayama was born in Hokkaido, Japan, on November 10, 1929. He received the B.S. and Ph.D. degrees in agricultural economics from the Hokkaido University in Sapporo, Japan, in 1952 and 1961, respectively. He received the National Government Elite Education Fellowship from 1952 to 1955. He studied at Iowa State University from 1955 to 1956 on the Council on Economic and Cultural Affairs (CECA), a branch of the Rockefeller Foundation scholarship program.

From 1957 until 1961, he taught at the Hokkaido University and at three other colleges in Hokkaido. From 1961 to 1963, as a post doctoral fellow supported by the CECA, he worked at the Pennsylvania State University on mathematical economics, programming, and econometrics. In 1963, he joined the Agricultural Economics Department at the University of Illinois, Urbana-Champaign, IL, as a Research Associate, and in 1964 continued his work in the same department as a Visiting Professor. From 1965 to 1968, he served as the Head of the Department of Economic Statistics at the University of New England, N.S.W., Australia. From 1968, he rejoined the University of Illinois as a Professor in both the Economics Department and the Agricultural Economics Department. His current research interests lie in application of optimal control theory to economic problems, dynamic economic planning and projection modeling, economic theory, and applied economic statistics.

Dr. Takayama is a member of the Econometric Society and the American Economic Association.

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200801	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	1,186	1	237	0	3	5	0	0	1	1,433
02東北	7	125	16	12	2	9	13	5	13	202
03関東	265	2,214	16,511	19	127	195	45	30	79	19,485
04北陸	0	0	2	47	17	9	0	2	1	78
05東海	1,270	1,790	19,040	1,587	5,829	5,983	379	418	29	36,325
06近畿	14	17	89	100	436	5,764	5	10	8	6,443
07中国	0	1	3	0	1	146	1,454	7	218	1,830
08四国	7	0	6	4	3	58	14	1,189	3	1,284
09九州	8	8	296	30	57	765	1,247	73	9,006	11,490
10合計	2,757	4,156	36,200	1,799	6,475	12,934	3,157	1,734	9,358	78,570

200801	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	44		43							44
02東北		45	97	84			91		125	60
03関東		67	64							64
04北陸				57	78	62				62
05東海			64		60	66				65
06近畿					60	62				63
07中国						64	51		46	52
08四国								59		61
09九州						57	57		44	48
10合計		67	64		60	64			45	61

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200802	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	1,300	0	49	0	3	5	0	0	1	1,358
02東北	7	109	17	12	2	9	13	5	13	187
03関東	272	1,451	11,771	29	93	59	43	30	50	13,798
04北陸	0	0	2	56	17	9	0	2	1	87
05東海	1,329	2,409	23,831	1,607	6,372	5,402	331	472	10	41,763
06近畿	10	1	73	107	483	5,639	7	11	8	6,339
07中国	0	1	3	0	1	115	1,363	7	240	1,730
08四国	7	0	6	4	3	78	17	1,094	3	1,212
09九州	8	10	341	50	50	1,061	1,327	66	8,849	11,762
10合計	2,933	3,981	36,093	1,865	7,024	12,377	3,101	1,687	9,175	78,236

200802	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	55									56
02東北		61	132	84			91		125	74
03関東		98	100							99
04北陸				72	78	62				71
05東海		98	97		91	100				97
06近畿					85	88				88
07中国						87	68		66	69
08四国						95		77		78
09九州						79	83		65	69
10合計		97	98		90	92			65	91

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200803	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	948	0	32	0	3	8	0	0	1	992
02東北	5	98	9	12	2	9	13	5	13	166
03関東	192	1,307	12,847	22	15	59	43	29	50	14,564
04北陸	0	0	2	129	17	9	0	2	1	160
05東海	1,546	3,072	28,233	1,682	8,322	6,816	422	334	13	50,440
06近畿	14	6	94	113	761	7,341	10	24	8	8,371
07中国	0	1	3	0	2	142	1,537	7	322	2,014
08四国	3	7	7	3	3	117	8	1,548	3	1,699
09九州	5	11	519	65	72	1,234	1,534	76	10,519	14,035
10合計	2,713	4,502	41,746	2,026	9,197	15,735	3,567	2,025	10,930	92,441

200803	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	64									65
02東北		77	159	84		52	91		125	84
03関東		113	111							110
04北陸				69	78	62				69
05東海		112	103		85	92				100
06近畿					82	92				91
07中国						94	78		63	77
08四国						107		71		75
09九州						84	87		69	74
10合計			105		85	91			69	96

# 2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200804	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	207	0	16	0	3	8	0	0	1	235
02東北	6	32	9	12	2	14	13	5	13	106
03関東	1,690	3,887	33,359	494	330	812	1	38	30	40,641
04北陸	0	0	2	174	17	9	0	2	1	205
05東海	902	1,542	14,919	1,185	6,747	7,760	900	340	130	34,425
06近畿	9	8	223	125	1,395	6,652	12	24	8	8,456
07中国	0	1	3	0	3	55	1,273	7	201	1,543
08四国	3	15	1	3	3	92	87	1,472	1	1,677
09九州	2	14	389	96	38	1,154	1,537	59	9,838	13,127
10合計	2,819	5,499	48,921	2,089	8,538	16,556	3,823	1,947	10,223	100,415

200804	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	49		123							56
02東北	37	79	159	84		67	91		125	89
03関東		103	98							99
04北陸				73	78					72
05東海			80		71	79				79
06近畿					88	88				89
07中国							71		63	71
08四国						93	101	69		72
09九州						78	78		65	69
10合計		97	93		75	84			66	87

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200805	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	335	0	16	0	3	8	0	0	1	363
02東北	5	462	34	12	2	14	13	5	13	560
03関東	2,365	5,953	41,948	553	1,104	1,251	5	113	65	53,357
04北陸	0	0	0	663	17	9	0	2	1	692
05東海	30	415	4,809	732	5,300	3,551	425	203	136	15,601
06近畿	18	8	267	179	1,680	8,202	20	38	3	10,415
07中国	0	1	3	0	3	120	965	6	93	1,191
08四国	6	6	17	3	3	493	390	1,824	1	2,743
09九州	2	5	301	150	140	3,017	2,656	39	12,227	18,537
10合計	2,761	6,850	47,395	2,292	8,252	16,665	4,474	2,230	12,540	103,459

200805	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	76									77
02東北		58	101							64
03関東		75	71							73
04北陸				66						66
05東海			78		71	79				77
06近畿					69	73				73
07中国						70	60		56	61
08四国						67	75	61		65
09九州						60	58		46	51
10合計		75	72		71	72			47	69

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200806	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	3,097	22	34	0	1	6	31	0	8	3,199
02東北	8	2,823	2,284	18	33	78	31	5	13	5,293
03関東	469	3,041	34,377	948	2,738	4,193	172	179	180	46,297
04北陸	0	0	4	577	17	9	0	2	1	610
05東海	1	12	2,513	374	2,950	3,198	189	313	328	9,878
06近畿	18	17	46	56	544	3,861	10	31	3	4,586
07中国	0	1	4	0	3	309	1,389	7	80	1,793
08四国	2	4	5	3	3	273	88	1,156	1	1,535
09九州	2	5	87	36	16	1,999	1,295	31	8,582	12,053
10合計	3,597	5,925	39,354	2,012	6,305	13,926	3,205	1,724	9,196	85,244

200806	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	66									67
02東北		66	83							74
03関東		69	66		86	87				70
04北陸				70						70
05東海			74		75	91				83
06近畿					65	69				69
07中国						87	63			68
08四国						67	95	57		61
09九州						70	64		57	60
10合計		68	68		79	80			60	70



2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200807	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	3,716	257	1,765	18	397	204	122	36	655	7,170
02東北	5	5,259	8,408	11	96	210	33	5	13	14,040
03関東	53	1,317	27,336	1,422	3,132	7,526	1,682	1,335	3,624	47,427
04北陸	0	0	4	236	17	9	0	2	1	269
05東海	0	18	2,380	422	2,988	6,615	504	294	950	14,171
06近畿	11	9	10	56	51	412	6	15	3	573
07中国	0	1	6	0	3	151	729	7	40	937
08四国	2	4	5	3	3	60	88	229	1	395
09九州	2	5	88	36	54	689	456	31	5,150	6,511
10合計	3,789	6,870	40,002	2,204	6,741	15,876	3,620	1,954	10,437	91,493

200807	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	44		55		61				68	51
02東北		47	59							54
03関東			63		70	71			78	68
04北陸				56	78					58
05東海			65		75	78			83	76
06近畿				102	47	69				72
07中国						65	70			70
08四国						75	95	61		71
09九州						63	57		63	64
10合計		53	62		72	73			71	65

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200808	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	3,265	711	2,850	10	624	640	246	55	862	9,263
02東北	5	3,986	5,450	11	35	94	33	5	11	9,630
03関東	61	2,160	31,008	1,990	5,047	10,515	2,597	2,194	5,949	61,521
04北陸	0	0	6	20	17	9	0	2	1	55
05東海	0	12	1,927	357	2,081	4,948	250	268	665	10,508
06近畿	11	10	7	56	32	224	5	15	3	363
07中国	0	1	6	0	3	102	476	4	2	594
08四国	2	4	5	3	3	60	88	40	1	206
09九州	2	5	88	36	54	192	225	30	3,082	3,714
10合計	3,346	6,889	41,347	2,483	7,896	16,784	3,920	2,613	10,576	95,854

200808	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	43	62	57		77	62			83	57
02東北		51	61							57
03関東			63		65	62			72	64
04北陸			72	43	78	62				60
05東海			62		67	69			96	69
06近畿				102	44	65				72
07中国						57	63			64
08四国						75	95	57		81
09九州						64	45		46	48
10合計		59	62		67	64			67	63

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200809	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	3,568	745	3,083	2	693	463	211	52	575	9,392
02東北	5	4,515	4,981	4	35	68	11	6	35	9,660
03関東	61	2,008	33,497	1,978	4,493	10,295	2,707	2,171	6,019	63,229
04北陸	0	0	0	67	17	9	0	2	1	96
05東海	0	12	1,846	424	2,206	5,399	352	297	964	11,500
06近畿	11	10	15	56	30	136	5	15	3	281
07中国	0	1	6	0	3	143	407	4	2	566
08四国	2	4	5	3	3	60	87	16	1	181
09九州	2	5	88	36	54	101	132	31	3,315	3,764
10合計	3,649	7,300	43,521	2,570	7,534	16,674	3,912	2,594	10,915	98,669

200809	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	47	68	67		78				88	62
02東北		54	66							61
03関東			67		68	66			75	68
04北陸				58	78	62				61
05東海			66		72	73			98	74
06近畿			89	102	43	76		107		79
07中国						64	65			67
08四国						75	96	60		84
09九州									57	59
10合計		61	67		70	68			73	67

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200810	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	4,012	507	940	4	568	148	64	25	662	6,930
02東北	5	4,306	3,347	24	34	71	15	6	15	7,823
03関東	61	1,051	37,182	1,152	4,703	10,050	1,873	1,802	3,804	61,678
04北陸	0	0	5	349	20	10	0	2	1	387
05東海	0	13	1,799	400	2,141	5,340	375	274	726	11,068
06近畿	11	10	16	50	26	591	20	11	0	735
07中国	0	1	6	0	3	349	863	4	14	1,240
08四国	2	4	5	3	3	60	40	255	1	373
09九州	2	5	46	36	16	185	252	39	5,375	5,956
10合計	4,093	5,897	43,346	2,018	7,514	16,804	3,502	2,418	10,598	96,190

200810	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	48	70	68		69				92	59
02東北		56	66							61
03関東			69		74	74			90	73
04北陸				67	81					67
05東海			72		79	80			117	82
06近畿				106		71				74
07中国						78	79			80
08四国						75	119	73		79
09九州									84	83
10合計		60	69		75	76			89	72

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200811	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	3,050	110	400	2	303	30	1	0	53	3,949
02東北	25	2,115	835	24	119	114	14	6	15	3,267
03関東	225	1,504	25,047	314	2,381	4,254	343	435	600	35,103
04北陸	0	0	11	361	15	8	0	2	1	398
05東海	89	35	3,967	687	3,232	5,753	675	441	75	14,954
06近畿	11	9	33	66	255	1,977	10	16	5	2,382
07中国	0	1	18	0	2	360	1,239	4	70	1,694
08四国	2	4	1	3	3	69	39	757	1	879
09九州	2	4	18	36	16	270	515	43	7,293	8,197
10合計	3,404	3,782	30,330	1,493	6,326	12,835	2,836	1,704	8,113	70,823

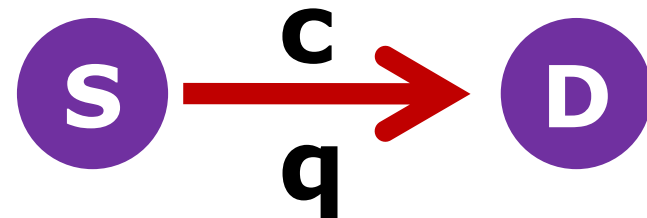
200811	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	51		53		58					53
02東北		61	70							64
03関東			92		103	105				95
04北陸				77						76
05東海			111		104	110				110
06近畿					101	97				98
07中国						105	98			100
08四国						78		94		95
09九州							103		96	96
10合計		78	93		100	106			96	95

2008年国内キャベツの生産と消費（上段：1000トン，下段：単価（円/kg））

200812	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	1,902	14	219	2	20	16	1	0	0	2,174
02東北	9	820	92	24	39	120	12	6	15	1,137
03関東	275	2,154	19,739	91	870	1,488	158	79	469	25,323
04北陸	0	0	1	147	15	8	0	2	1	174
05東海	1,015	901	13,235	1,405	5,408	7,384	1,245	619	382	31,594
06近畿	11	8	58	72	366	3,856	7	5	12	4,395
07中国	0	1	2	0	2	236	1,317	4	213	1,775
08四国	2	4	3	3	3	41	29	1,129	1	1,215
09九州	2	6	100	25	53	200	427	31	7,444	8,288
10合計	3,216	3,908	33,449	1,769	6,776	13,349	3,196	1,875	8,537	76,075

200812	01北海道	02東北	03関東	04北陸	05東海	06近畿	07中国	08四国	09九州	10合計
01北海道	58		65							59
02東北		68	88			78				71
03関東		99	95			109				98
04北陸				80	79					77
05東海			105		104	113				109
06近畿					105	107				107
07中国						113	106		100	106
08四国								103		102
09九州							115		109	109
10合計		94	99		104	110			110	103

# 1市場+空間条件付加



$D = f_d(p)$  需要関数

$p = f_d^{-1}(D)$  逆需要関数

$S = f_s(p)$  供給関数

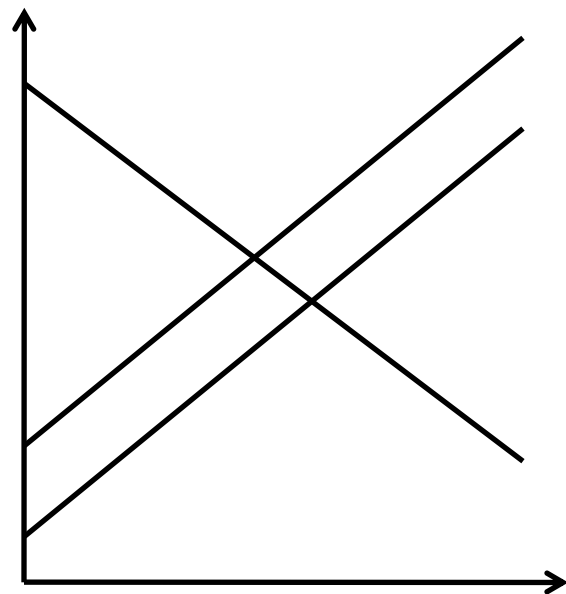
$p = f_s^{-1}(S)$  逆供給関数

逆需要関数:  $p = PD(q)$

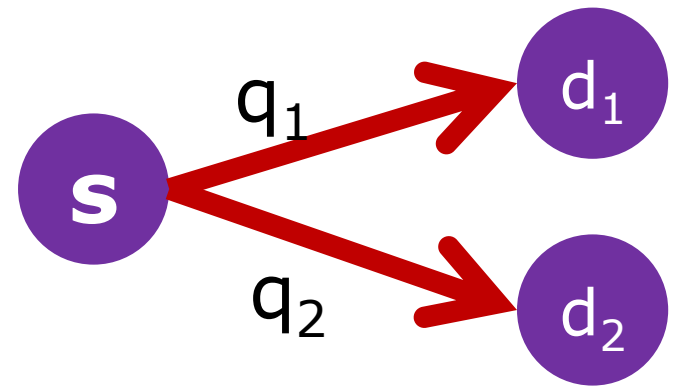
逆供給関数:  $p = PS(q)$

社会的余剰:

$$\int_0^q PD(x)dx - \left( \int_0^q PS(x)dx + c \right) \rightarrow \max$$



## 2市場のケース



$$\int_0^{q_1} PD_1(x)dx + \int_0^{q_2} PD_2(x)dx$$

$$- \left( \int_0^s PS(y)dy + \int_0^{q_1} c_1(z)dz + \int_0^{q_2} c_2(z)dz \right) \rightarrow \max$$

$$\text{sub. to. } s \geq q_1 + q_2$$

$$q_1 \geq 0, \quad q_2 \geq 0$$

を解けばよい。

実は、これが二次計画法になる



$$PS = s + 1 \quad PD_1 = -d_1 + 3 \quad PD_2 = -2d_2 + 4$$

$$c_1 = 0.1q_1 + 0.2 \quad c_2 = 0.2q_2 + 0.1 \quad \text{とする}$$

$$-\frac{1}{2}d_1^2 + 3d_1 - d_2^2 + 4d_2 - \left( \frac{1}{2}s^2 + s \right) \\ - \left( \frac{0.1}{2}q_1^2 + 0.2q_1 \right) - \left( \frac{0.2}{2}q_2^2 + 0.1q_2 \right) \rightarrow \max$$

$$\frac{1}{2}d_1^2 + d_2^2 + \frac{1}{2}s^2 + \frac{0.1}{2}q_1^2 + \frac{0.2}{2}q_2^2 \\ - 3d_1 - 4d_2 + s + 0.2q_1 + 0.1q_2 \rightarrow \min$$

# 二次計画法の表記法に直すと

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ s \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ s \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \\ -0.2 \\ -0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ s \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{sub. to.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ s \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Rのプログラムで解く

```
library(quadprog)
```

```
# Min      +1/2 x'H x - c' x  
# sub. to.  A' x >= b
```

```
H <- matrix(0,5,5)
```

```
H[1,1] <- 1; H[2,2] <- 2; H[3,3] <- 1; H[4,4] <- 0.1;
```

```
H[5,5] <- 0.2
```

```
c <- c(3,4,-1,-0.2,-0.1)
```

```
A <- matrix(0,5,5)
```

```
A[3,1] <- 1; A[4,1] <- -1; A[5,1] <- -1; A[1,2] <- 1;
```

```
A[4,2] <- -1; A[2,3] <- 1; A[5,3] <- -1; A[4,4] <- 1;
```

```
A[5,5] <- 1
```

```
b <- c(0,0,0,0,0)
```

```
res <- solve.QP(H,c,A,b,meq=3)
```

# 空間価格均衡モデルの具体例

- ・関税撤廃と農産物の国際取引量変化
- ・交通施設整備と農産物市場の変化
- ・コールドチェーンの影響
- ・ガソリンスタンドの地域的価格差の分析

もちろん,

- ・需要関数, 供給関数が正確に得られるか
  - ・そもそも短期で『均衡』しているのか
- などの課題はある.