第5回講義資料

- 今回の課題は，微分方程式を数値的に解く手法の一つであるEuler法を用いて，以下の微分方程式の数値解を求める

$$\frac{dx(t)}{dt} = 5e^{-2t} \quad \left(x(t) = -2.5e^{-2t},\ x(0) = -2.5\right)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = 5\cos(2t) \quad \left(x(t) = 2.5\sin(2t),\ x(0) = 0\right)$$

- 時間の刻み幅は0.1[sec]，0.01[sec]の2種類を用いて，刻み幅による影響を調べる
- あわせて解析解も求めて，それぞれをグラフにして誤差を比較する

表計算ソフトの使い方（1）

- 今回はMicrosoft Excelを使用して以下のホームページ
  http://www2.kaiyodai.ac.jp/~kentaro/materials/index.html
  にある「課題2」と同じものを作成する
- 作成方法の分かる人は，各自，進めてかまわない

表計算ソフトの使い方 (2)

- Euler法とは... (イメージ)

  以下の微分方程式を考える

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t))$$

  微分は以下の式により定義される

$$\frac{dx(t)}{dt} = \lim_{h \to 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}$$

  $|h| \ll 1$とすると微分は以下のように近似できる

$$\frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(t+h) - x(t)}{h}$$

表計算ソフトの使い方 (3)

上式を用いると微分方程式は以下のように表すことができる

$$\frac{x(t+h)-x(t)}{h} = f(x(t))$$

さらに変形すると以下のようになる

$$x(t+h) = x(t) + h \cdot f(x(t))$$

つまり, 現時点での $x(t)$ が分かれば,
h 時間経過後の $x(t)$ の値 $x(t+h)$が求められる

上式を繰り返し計算することにより $x(t)$ の時間変化を
求めることができる

表計算ソフトの使い方 (4)

繰り返し計算を書き下すと以下のようになる

$$
\begin{aligned}
x(t+h) &= x(t) + h \cdot f(x(t)) \\
x(t+2h) &= x(t+h) + h \cdot f(x(t+h)) \\
x(t+3h) &= x(t+2h) + h \cdot f(x(t+2h)) \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

上の行の値が求められれば，下の行を計算することは可能

この繰り返し計算を表計算ソフトを用いて行う

表計算ソフトの使い方(5)

- Microsoft Excel**を起動する**
- **起動後，例えば，右図のように下記の値を入力する**

  刻み幅：0.1

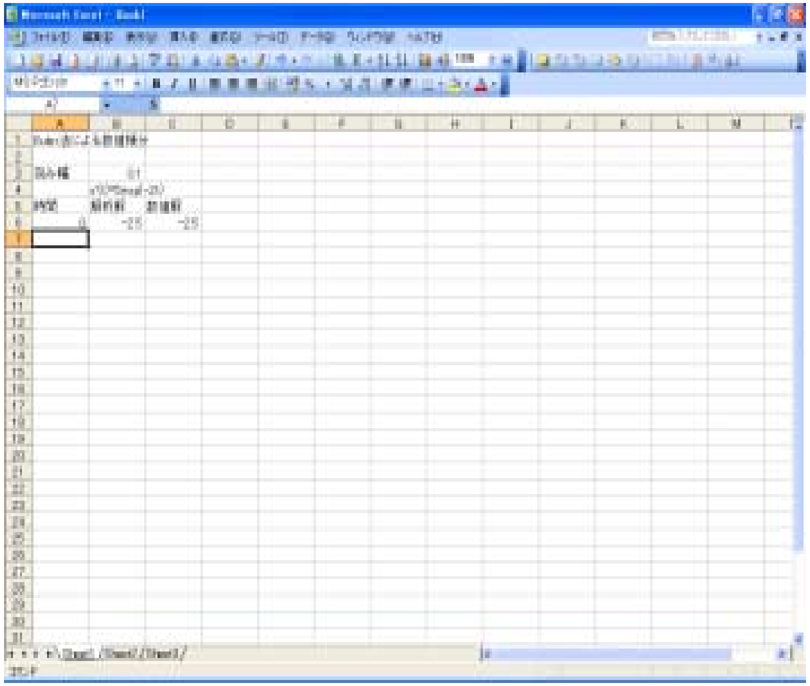
  時間：0

  解析解欄以下：

  "=-2.5*exp(-2*a5)"

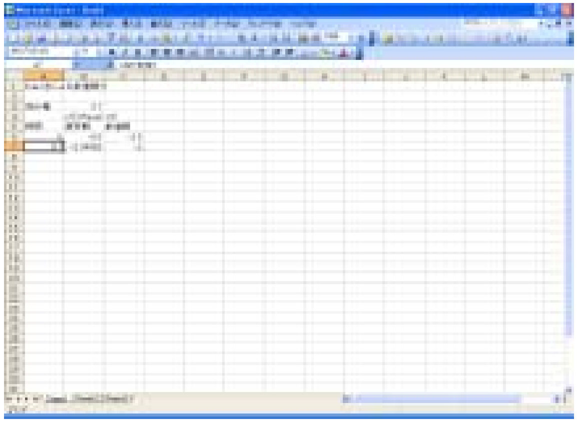
  数値解欄以下：-2.5

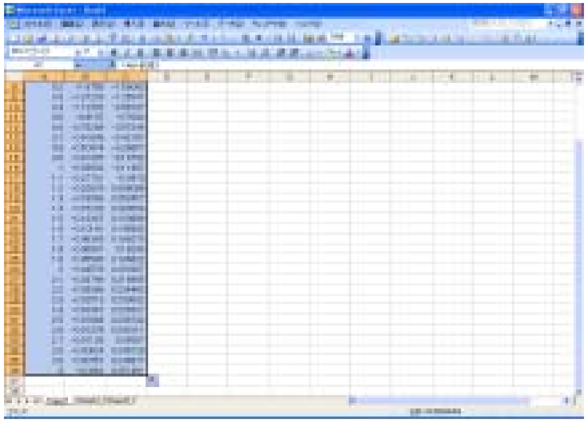
  (赤字が値の引用を意味する)



表計算ソフトの使い方(6)

- **次の行には以下の値を入力する**
  時間:“=a5+b3”
  解析解:
  “=-2.5*exp(-2*a6)”
  数値解:
  “=c5+5*exp(-2*a5)*b3”
- **上記を入力後,セルをコピーする**





注意)

- **“$”は常に同じセルを引用したい場合に用いる**
- **セルの位置関係を引用したい場合には“$”の無い書式を用いる**

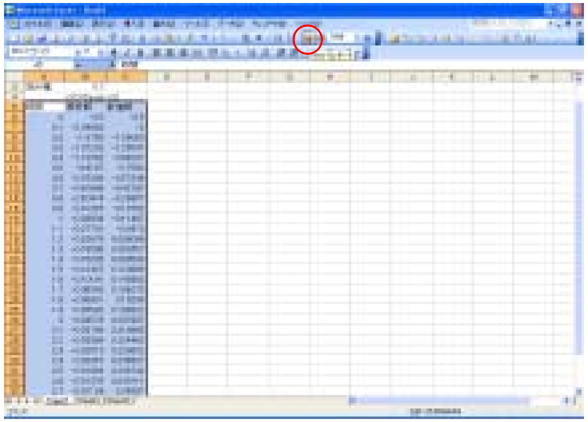
表計算ソフトの使い方 (7)

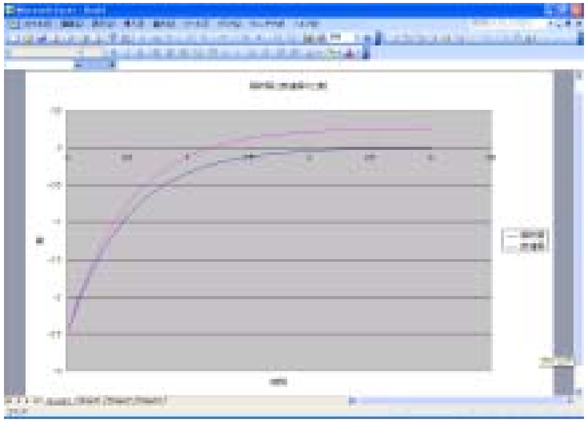
- 計算結果が得られたら，値の入っているセルを選択する
- 選択後，“グラフの挿入”アイコン (赤丸で示したもの) をクリックし，表を作成する

  横軸：時間

  縦軸：解

- 同様の手法を用いて，他の条件に関しても解を求める





表計算ソフトの使い方 (補足1)

- Euler**法とは**...

以下の微分方程式を考える

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t))$$

$x(t)$ **を** $t = t_0$ **の近傍で**Taylor**展開する**

$$\begin{aligned} x(t)|_{t=t_0} \;\approx\; & x(t_0) + \frac{dx(t_0)}{dt}(t - t_0) \\ & + \frac{1}{2!}\frac{d^2x(t_0)}{dt^2}(t - t_0)^2 + \cdots \end{aligned}$$

表計算ソフトの使い方 (補足2)

t に関して2次以上の項を切り捨てると以下の式になる

$$x(t)|_{t=t_0} \approx x(t_0) + \frac{dx(t_0)}{dt}(t - t_0)$$

ここで t を $t = t_0 + h$ と置き換えると以下のようになる

$$x(t_0 + h) = x(t_0) + f(x(t_0)) \cdot h$$

上式を繰り返し計算することにより $x(t)$ の時間変化を求めることができる

課題２レポートの提出について

- 「課題2」は，5月25日（月）13：00（授業開始前）までに下記の教員4名にe-mailの添付ファイルとして提出する課題は，次週の5月18日（月）13：00（授業開始前）までに自分の学籍番号に対応する教員1名にe-mailの添付ファイルとして提出する。

  0922001～0922017 ⇒村山 利幸 （murayama@kaiyodai.ac.jp）

  0922018～0922034 ⇒吉岡 諭 （yoshioka@kaiyodai.ac.jp）

  0922035～0922052 ⇒平沼 賢次 （l-g-ilt@xi.e.kaiyodai.ac.jp）

  0922053～0922068, 0722015, 0622038 ⇒田中　健太郎

  （kentaro@kaiyodai.ac.jp）

- ファイル名は“09220??-2”（学籍番号-課題番号）とし、各人の担当教員に送付することとするが、再提出が要求されたときは0922****-2a.docなどとして区別が付くようにすること。