

微分積分 I 期末試験 (2009 年度, 担当: 関口 良行)

計算過程も記述すること

1. 微分せよ.

(1) $\frac{1-x^2}{1+x^2}$ (2) $\sin^{-1} \sqrt{x}$ ($x > 0$) (3) $\log |2x + \sqrt{4x^2 + 1}|$ (4) $2^{-\frac{1}{x}}$

(5) $(1 + e^x)^{\frac{1}{x}}$

2. 極限を求めよ.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} - 1 \right)$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$ ($a, b > 0$)

3. 以下の関数のマクローリン展開を 3 次の項 (x^3 の項) まで求めよ.

(1) $\log(1 + 3x)$ (2) $\tan^{-1} x$

4. 以下の関数に対して増減表を用いてグラフの概形を書け.

(1) $f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ (2) $g(x) = x(\log x)^2$

5. 以下の関数が $x = 0$ で微分可能であるか調べよ. また微分可能であれば導関数を求めよ.

(1) $f(x) = \begin{cases} x^2 \log x, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ (2) $g(x) = |x|^3 x$