

## 線形代数 I 自習問題 (担当: 関口 良行)

1. 自習用の問題です. テスト勉強に役立ててください
2. 答えは非公開です. 自力, または友人と相談して解いてください.
3. 質問は受け付けませんが, 直接答えは聞かないでください.

### 1. 行列式を計算せよ

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} -2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 6 & 7 \\ 0 & 3 & -2 & -2 & 18 \\ 1 & 3 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

2. 連立 1 次方程式の解をクラメルの公式を用いて求めよ  $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 5y = 5 \end{cases}$

3. 逆行列を計算せよ (1)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$  (2)  $\begin{bmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$

4. 次の連立 1 次方程式  $Ax = c$  について,  $\text{rank } A, \text{rank}[A \ c]$  を求め解の自由度を答えよ. また, 解を求めベクトル表示せよ.

$$(1) \begin{cases} 3x - 5y + w = 2 \\ x + y - 4z + 2w = 4 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x + 2y - 3z - 5w = -19 \\ -y + 2z + 7w = 9 \\ 2x + y - z = -8 \\ 3x + z + 9w = -1 \end{cases}$$

5. 連立 1 次方程式が解を持つように  $a$  を定めよ. またその時の解を求めよ.

$$(1) \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x - 2y - 6z = 2 \\ 2x - y - 4z = a \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ 4x + y - z = a \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

6. 連立 1 次方程式が零ベクトル以外の解を持つような  $a$  を求めよ.

$$(1) \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 5y + 3z = 0 \\ 3x - 2y + az = 0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} ax - 3y - 12z = 0 \\ 4x - y - 5z = 0 \\ 2x - 3y - 10z = 0 \end{cases}$$

7. 円を表す式は一般に  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  とかける. 3 点  $(-1, 1), (1, -1), (2, 1 + \sqrt{3})$  を通る円の式を求めよ.

8. (1)  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$  を計算せよ.

- (2)  $xy$  平面上に 3 つの点,  $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3$  があり, それぞれの点の  $x$  座標  $x_i$  は異なるとする. このとき

$$y = s + tx + ux^2$$

の形の曲線でその 3 点を通るものがただ一つ存在することを示せ. (3 点を通るような  $s, t, u$  が存在し, それが一つしかないことを示せ)