線形代数 I　第 3 回練習問題　(担当: 関口 良行)

所属: ＿＿＿＿＿＿＿　学籍番号: ＿＿＿＿＿＿＿　氏名: ＿＿＿＿＿＿＿

1. $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ とする.

   与えられた行列式を計算することにより, 次のような 3 次の行列式の性質を調べよ. また数値の与えられている行列式の値を求めよ.

   (1) 行列を転置しても, 行列式の値は変わらない. (与えられた行列式が $|A|$ に等しい)

   $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

   (2) 2 つの列を入れ替えると, 行列式の値は (-1) 倍になる. (与えられた行列式が $-|A|$ に等しい)

   $$\begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{vmatrix}$$

   (3) 2 つの列が等しい行列式の値は 0.

   $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{32} \end{vmatrix}$$

   (i) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

   (4) 行列式のある列を k 倍すると, 行列式の値は k 倍になる. (与えられた行列式が $k|A|$ に等しい)

   $$\begin{vmatrix} ka_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{21} & a_{22} & a_{23} \\ ka_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

   (ii) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 8 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

(5) ある列の要素が二つの数の和からなる行列の行列式は, 他の列はそのままにして, その列の要素を 2 組に分けてできる 2 つの行列式の値の和に等しい.

$$\begin{vmatrix} a_{11}+b_1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+b_2 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}+b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

(6) ある列の k 倍を他の列に足しても行列式の値は変わらない. (与えられた行列式が $|A|$ に等しい)

$$\begin{vmatrix} a_{11}+ka_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+ka_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}+ka_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

1. 次の行列式の値をそれぞれ指定された方法でを求めよ.

(1) 定義より直接 $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

(2) 基本変形により

(3) 定義より直接 $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

(4) 基本変形により

2. 次の等式の成り立つことを示せ

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$$

感想・要望など