

# 線形代数 I 第 4 回練習問題 (担当: 関口 良行)

所属: \_\_\_\_\_ 学籍番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

1. 次の行列式の値をそれぞれ指定された方法で求めよ。

$$(1) \text{ 定義より直接 } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \\ = -1 - 2(-3) + (-1)(-6 + 1) = 10$$

$$(2) \text{ 基本変形により } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-5) \cdot (-2) = 10$$

$$(3) \text{ 定義より直接 } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ = (-1 - 1) - (1 + 1) + (1 - 1) = -4$$

$$(4) \text{ 基本変形により } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -4$$

2. 次の等式の成り立つことを示せ

$$\begin{vmatrix} x & a & b \\ a & x & b \\ a & b & x \end{vmatrix} = (x + a + b)(x - a)(x - b)$$

(解答例)

$$\begin{vmatrix} x & a & b \\ a & x & b \\ a & b & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+a & a & b \\ a+x & x & b \\ a+b & b & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+a+b & a & b \\ a+x+b & x & b \\ a+b+x & b & x \end{vmatrix} = (x+a+b) \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 1 & x & b \\ 1 & b & x \end{vmatrix} \\ = (x+a+b) \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 0 & x-a & 0 \\ 0 & b-a & x-b \end{vmatrix} = (x+a+b) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} x-a & 0 \\ b-a & x-b \end{vmatrix} \\ = (x+a+b)(x-a)(x-b)$$

感想・要望など