

線形代数 I 第 6 回練習問題 (担当: 関口 良行)

所属: _____ 学籍番号: _____ 氏名: _____

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ のとき, 次を計算せよ.

(1) $A\boldsymbol{x}$

(2) AB

(3) $B\boldsymbol{y}$

(4) BA

裏へ続く

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 3 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix}$, $P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ のとき, 次を計算せよ. 計算結果から, P_1, P_2 がそれぞれ行列 A, P_1A をどのように変形するか考察せよ.

(1) P_1A

(2) $P_2(P_1A)$

3. ベクトル $p = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $q = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ と行列 $M = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ に対して, 以下の問いに答えよ.

(1) ベクトル p, q で張られる平行四辺形の面積を求めよ.

(2) ベクトル Mp, Mq で張られる平行四辺形の面積を求めよ. また, ベクトル p, q で張られる平行四辺形が, M による変換で裏返されるかどうか判定せよ.

(3) 行列 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$ について, $\det(AX) = \det A \det X$ を示せ (左辺を計算して右辺に等しいことを示せ).

(4) 上の関係式を $A = M$, $X = [p \ q]$ と代入し, 確かめよ. この関係式から面積と, 一次変換を表す行列の行列式との関係について言えることを述べよ.

感想・要望など