

線形代数 I 期末試験 (2008 年度前期, 担当: 関口 良行)

計算過程も記述すること

1. 行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & 3 & -4 & 3 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

2. 逆行列を計算せよ.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$$

3. 次の連立 1 次方程式 $Ax = b$ について答えよ.

$$\begin{cases} 3x - 3y + z - 4w = 2 \\ -2x + 3y - z + 3w = 0 \\ -x + 4y - z + 3w = 3 \\ 3x + z + 2z + 2w = a \end{cases}$$

(1) 連立 1 次方程式が解を持つように a を定めよ.

(2) $\text{rank } A, \text{rank}[A \ b]$ の値を a について場合分けをして求めよ.

(3) (1) の a に対して, 解を求めベクトル表示せよ.

4. 連立 1 次方程式が零ベクトル以外の解を持つような a を求めよ.

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ -2x + az = 0 \end{cases}$$

5. 次の連立 1 次方程式について答えよ.

$$\begin{cases} (a+1)x + y = 1 \\ -2x + (a-1)y = -1 \end{cases}$$

(1) 任意の実数 a に対して, 一意の解を持つことを示せ.

(2) 解 (x, y) が $x \geq 0, y \geq 0$ となる a の条件を求めよ.