線形代数 II　第 6 回 練習問題　(担当: 関口 良行)

所属: ______________　学籍番号: ______________　氏名: ______________

注意: 答え合わせの際は, 色ペンを使うこと

$m \times n$ 行列 A に対して, 線形写像 $T_A\colon \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ を $T_A(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ で定義する.

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 10 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix}$ について次の問いに答えよ.

   (1) $\operatorname{Ker} T_A$ の基底を一組求めよ.

   (2) $\operatorname{Im} T_A$ の基底を一組求めよ.

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & -2 & -5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 10 \end{bmatrix}$ に対して, $\operatorname{Im} T_A$ の基底を一組求めよ.

裏へ続く

3. $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3 \in \mathbb{R}^5$ が 1 次独立であるとする. $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^5$ が $\boldsymbol{u} = c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 + c_3\boldsymbol{a}_3$ と, $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ の 1 次結合で表せるとき, c_1, c_2, c_3 は一通りに決まることを証明せよ.

感想・要望など