

線形代数 I 自習問題 (担当: 関口 良行)

1. 自習用の問題です. テスト勉強に役立ててください
2. 答えは非公開です. 自力, または友人と相談して解いてください.
3. 質問は受け付けますが, 直接答えは聞かないでください.

1. 行列式を計算せよ

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} -2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 6 & 7 \\ 0 & 3 & -2 & -2 & 18 \\ 1 & 3 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

2. 連立 1 次方程式の解をクラメルの公式を用いて求めよ $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 5y = 5 \end{cases}$

3. 逆行列を計算せよ (1) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$ (2) $\begin{bmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$

4. 次の連立 1 次方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{c}$ について, $\text{rank } A, \text{rank}[A \ \mathbf{c}]$ を求め解の自由度を答えよ. また, 解を求めベクトル表示せよ.

$$(1) \begin{cases} 3x - 5y + w = 2 \\ x + y - 4z + 2w = 4 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x + 2y - 3z - 5w = -19 \\ -y + 2z + 7w = 9 \\ 2x + y - z = -8 \\ 3x + z + 9w = -1 \end{cases}$$

5. 連立 1 次方程式が解を持つように a を定めよ. またその時の解をベクトル表示で求め, 解集合がどのような図形か答えよ.

$$(1) \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x - 2y - 6z = 2 \\ 2x - y - 4z = a \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x - 3y + (a-4)z = 1 \\ 2x - ay + 4z = 2 \\ -3x + 9y + (12-3a)z = 3-a \end{cases}$$

6. 連立 1 次方程式が零ベクトル以外の解を持つような a を求めよ.

$$(1) \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 5y + 3z = 0 \\ 3x - 2y + az = 0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} ax - 3y - 12z = 0 \\ 4x - y - 5z = 0 \\ 2x - 3y - 10z = 0 \end{cases}$$

7. (1) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ を因数分解せよ.

8. 次の方程式の解を求めよ. (1) $\begin{vmatrix} -2 & -3 & x \\ 1 & 2 & 1 \\ x & x & -2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} 1 & x & -3 \\ -1 & -3 & x \\ x & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$