

線形代数 II 自習問題 その一 (2013 年度, 担当: 関口 良行)

1. 自習用の問題です. テスト勉強に役立ててください.
2. 実際の試験では, 問題数は少なくなります.
3. 答えは非公開です. 自力, または友人と相談して解いてください.
4. 質問は受け付けますが, 直接答えは聞かないでください.

1. 行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} -2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 6 & 7 \\ 0 & 3 & -2 & -2 & 18 \\ 1 & 3 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

2. 行列式の性質を用いて以下の問いに答えよ.

(1) クラメルの公式を用いて, $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 5y = 5 \end{cases}$ の解を求めよ.

(2) 行列 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & m \\ 1 & 1 & -1 \\ -m & 1 & 1 \end{bmatrix}$ の逆行列を求めよ.

(3) 3 点 $(2, -1, 3)$, $(-1, 2, 1)$, $(3, 1, -1)$ を通る平面の方程式を求めよ.

(4) $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ に対して, 外積ベクトル $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めよ.

3. 行列の固有値, 固有ベクトルを求めよ.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -2 & -4 & -1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} -1 & -4 & -2 \\ 4 & 7 & 2 \\ -4 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

4. 行列を対角化せよ.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & -6 & -3 \\ -4 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 0 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

5. 次の数列の一般項を求めよ.

(1) $\begin{cases} x_n = x_{n-1} + y_{n-1} \\ y_n = 5x_{n-1} - 3y_{n-1} \end{cases}, x_0 = 1, y_0 = 0.$

(2) $\begin{cases} x_n = 4x_{n-1} - 6y_{n-1} \\ y_n = x_{n-1} - y_{n-1} \end{cases}, x_0 = 2, y_0 = -1.$