

線形代数 II 自習問題 (模擬試験) (2015 年度, 担当: 関口 良行)

1. 次のベクトルが線形独立かどうか調べよ.

$$(1). \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 8 \end{bmatrix} \right\}$$

$$(2). \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix} \right\}$$

2. a を実数とするととき, $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ a \end{bmatrix} \right\}$ が線形独立となる a の条件を求めよ.

3. 3 点 $(1, 2, 3)$, $(-2, 1, 3)$, $(-3, 2, 1)$ を通る平面の式を求めよ.

4. 同次連立方程式

$$\begin{cases} x + 2y + 9z + 5w = 0 \\ 3x + 2y - z + 11w = 0 \\ x + y + 2z + 4w = 0 \end{cases}$$

の解集合の基底と次元を求めよ.

5. 以下のベクトルの生成する空間の基底を一組求めよ.

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 12 \end{pmatrix} \right\rangle$$

6. ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ を, それぞれ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ に移す線形写像の, 標準基底に関する表現行列を求めよ.

7. $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.