

## 最適化数学 自習問題 2 (2015, 担当: 関口 良行)

1. 自習用の問題です. テスト勉強に役立ててください.
2. 答えは教科書に載っています.
3. 試験は手書きの A4 一枚のみ持ち込み可能です (コピーは不可).

### 変分問題

1. 次の汎関数の値を与えられた関数に対して計算せよ.

$$F(y) = \int_0^1 \{xy(x) + y'(x)^2\} dx$$

(1)  $y(x) = 3x^2$  (2)  $y(x) = \sin(\pi x)$

2. 以下の汎関数の被積分関数を書き, 関数  $y(x)$  における  $v(x)$  に対する方向微分を求めよ.

(1).  $F(y) = \int_0^1 \{xy(x) + y'(x)^3\} dx$  (2).  $G(y) = \int_0^1 \sqrt{1 + y'(x)^2} dx$

3. 変分問題の停留関数を求めよ.

(1) 最小化  $F(y) := \int_0^1 \{2xy(x) + y'(x)^2\} dx$   
制約  $y(0) = 1, y(1) = 0$

(2) 最小化  $F(y) := \int_0^1 \{-2e^x y(x) + y'(x)^2\} dx$   
制約  $y(0) = 0, y(1) = 0$

(3) 最小化  $F(y) = \int_0^1 (1 + x^2)y'(x)^2 dx$   
制約  $y(0) = 1, y(1) = 0$

4. 次の制約つき変分問題の停留関数を求めよ.

(1) 最小化  $F(y) := \int_0^1 \left\{ y(x) + \frac{1}{4}y'(x)^2 \right\} dx$   
制約  $G(y) := \int_0^1 y(x) dx = 2$   
 $y(0) = 1, y(1) = 0$

(2) 最小化  $F(y) := \int_0^1 y'(x)^2 dx$   
制約  $G(y) := \int_0^1 xy'(x) dx = 5$   
 $y(0) = 1, y(1) = 10$

(3). 最小化  $F(y) := \int_0^{\pi/2} y'(x)^2 dx$   
制約  $G(y) := \int_0^{\pi/2} y'(x) \sin x dx = \frac{7}{8}\pi^2$   
 $y(0) = \pi/2, y(\pi/2) = \pi^3/2$