

最適化数学 自習問題 (担当: 関口 良行)

1. 自習用の問題です. テスト勉強に役立ててください
2. 答えは非公開です. 自力, または友人と相談して考えてください.
3. 質問は受け付けますが, 直接答えは聞かないでください.

1. 関数が凸かどうか調べよ.

$$(1) f(x, y) = 2x^2 + y^3 \quad (2) f(x, y) = e^x y^2 \quad (3) f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + 7xy + z^2$$

2. 最適化問題の局所最適解を求めよ. また大域最適解が求まるときは求めよ.

$$(1) \text{最小化 } J(x, y) = x^4 - 4xy + 2y^2 \quad (2) \begin{array}{ll} \text{最小化} & J(x, y) := x - y \\ \text{制約} & f(x, y) := 2x^2 + 3y^2 = 1 \end{array}$$

3. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y \leq 8, 3x + y \leq 9, x \geq 0, y \geq 0\}$ とする. 集合 D に対する法線錐を, それぞれ $(2, 0), (3, 0), (7/3, 2), (2, 3), (0, 4), (1, 1), (0, 0)$ において求めよ.

4. 最適化問題の基本最適性条件を求めよ

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & 3x_1^2 - 8x_1x_2 + 3x_2^2 \\ \text{制約} & x + 2y \leq 8, 3x + y \leq 9 \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{array}$$

5. 半径 2 の球と平面 $x + 3y - \sqrt{3}z = 3\sqrt{3}$ の交点の中で, x 座標が最大となるものを求めよ.

6. 変分問題の局所最適解を求めよ.

(1)

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & J(y) := \int_0^1 \{(y'(x) - x)^2 + 2xy\} dx \\ \text{制約} & y(0) = 0, y(1) = 5/3 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & J(y) := \int_0^{\pi/6} \{y'(x)^3 \sec^2 x\} dx \\ \text{制約} & y(0) = 1, y(\pi/6) = 3/2 \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & J(y) := \int_0^\pi \{2y(x) \sin x + y'(x)^2\} dx \\ \text{制約} & G(y) := \int_0^\pi y(x) dx = 1, y(0) = 0, y(\pi) = 0 \end{array}$$