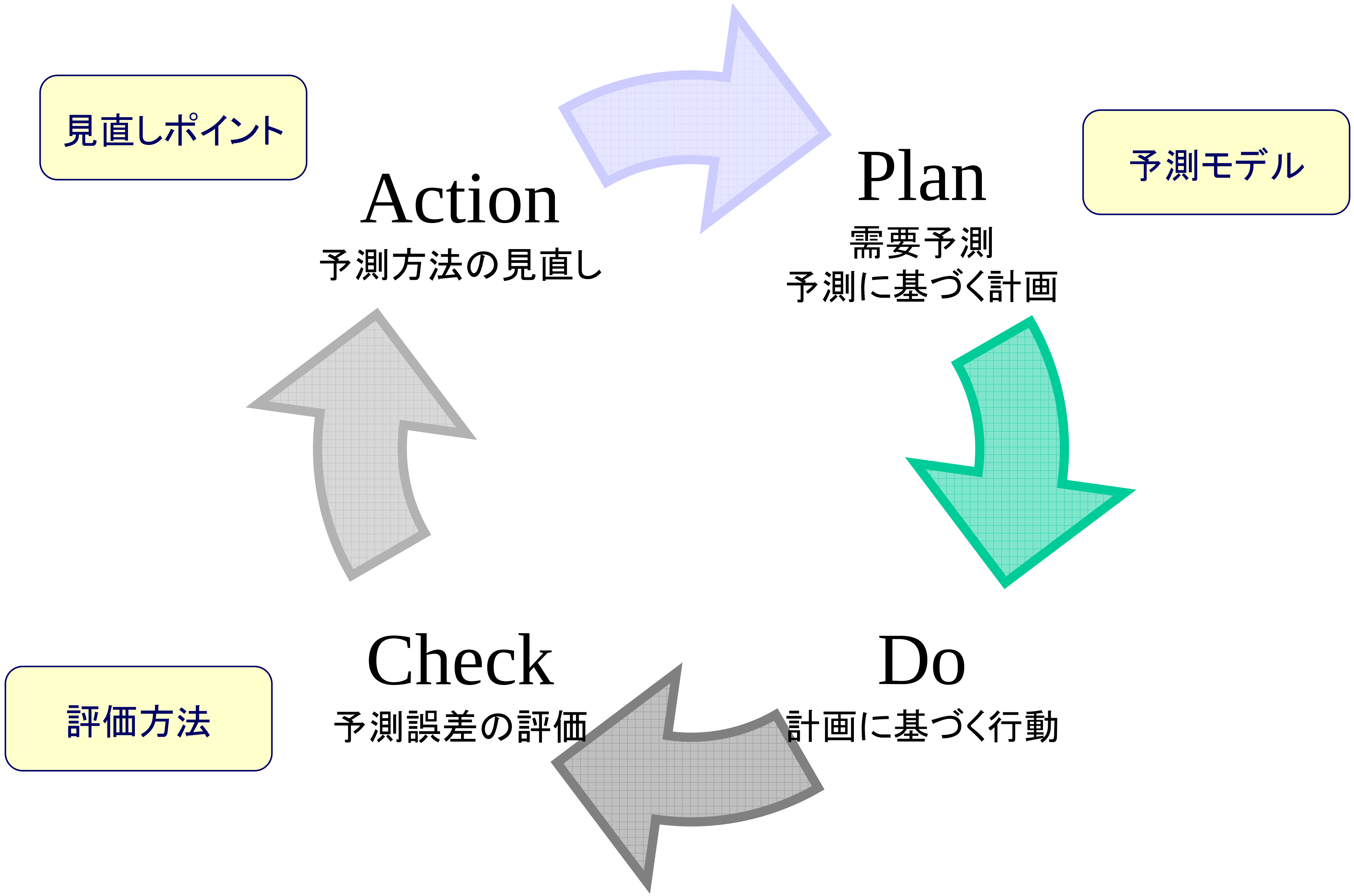
需要予測

PDCAサイクルの実現
指数平滑法・回帰分析

需要予測におけるPDCAサイクル



見直しポイント

必要な知識

改善行動

予測モデル及び
パラメータの特性

予測モデルの選択
パラメータの調整

予測モデルで考慮され
ている要因とその程度

予測結果の
確認・修正

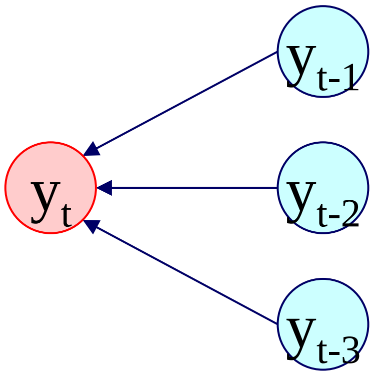
予測方法の改善
（モデルの改善・
情報収集方法等の改善）

需要予測モデル

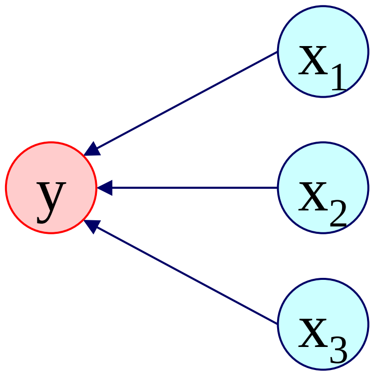
時系列データ
目的変数（y）のみ使用

目的変数（y）と説明変数（x_1, x_2, …）

時系列データ	
移動平均法	重回帰分析
指数平滑法	数量化Ｉ類



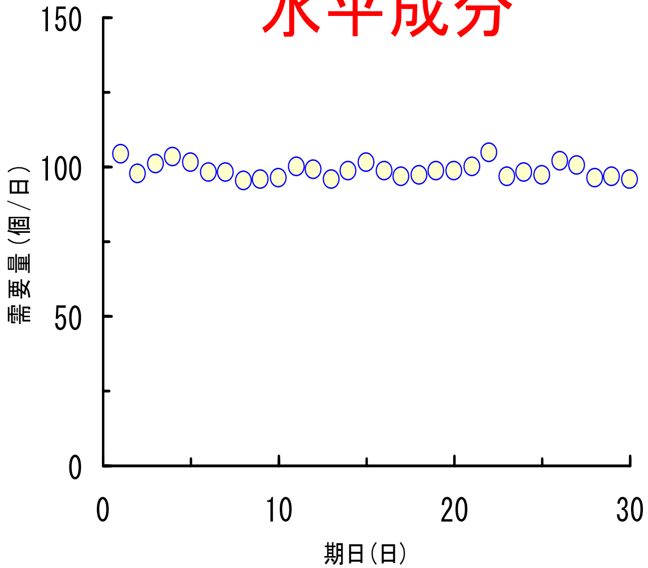
量的データ　量的データ



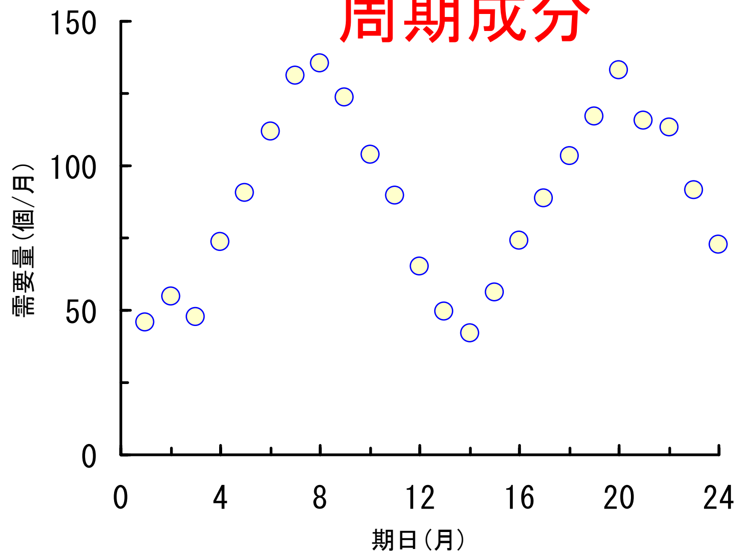
量的データ　量的・質的データ

需要の成分分解

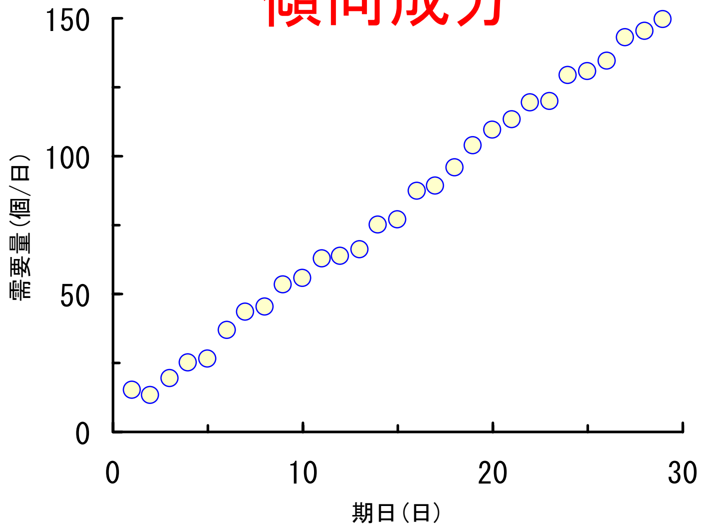
水平成分



周期成分



傾向成分



ノイズ

偶然性に起因する需要変動

指数平滑法

- 旧予測値とその実績との差の影響を取りいれて、新予測値を推定しようとするものである。
- （加重）移動平均法の一種である。

- （1次，単純）指数平滑法
- ホルト法
- ホルト・ウィンタース法
- 可変応答平滑法

（1次，単純）指数平滑法のモデル式

Single Exponential Smoothing

$$S_{t+1} = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot S_t$$

$$0 < \alpha \leq 1, \quad t \geq 1$$

S_{t+1}　t+1期の新予測値

S_t　t期の旧予測値

y_t　t期の実績値

α　平滑化定数

初期値　$S_1 = y_1$

1期分のデータ

モデル式の展開

$$S_{t+1}=\alpha\cdot y_t+(1-\alpha)\cdot S_t \longrightarrow S_t=\alpha\cdot y_{t-1}+(1-\alpha)\cdot S_{t-1}$$

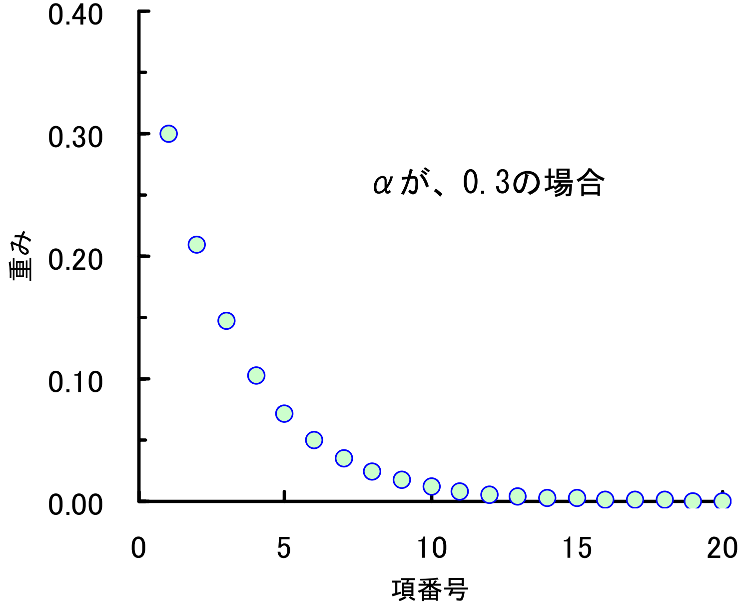
$$S_{t+1}=\alpha\cdot y_t+\alpha\cdot(1-\alpha)\cdot y_{t-1}+(1-\alpha)^2\cdot S_{t-1}$$

$$S_{t+1}=\alpha\cdot y_t+\alpha\cdot(1-\alpha)\cdot y_{t-1}+\alpha\cdot(1-\alpha)^2\cdot y_{t-2}+\cdots\cdots+\alpha\cdot(1-\alpha)^n\cdot y_{t-n}+\cdots$$

$$\alpha\cdot\left\{1+(1-\alpha)+(1-\alpha)^2+\cdots\cdots+(1-\alpha)^n+\cdots\right\}=\alpha\cdot\frac{1}{1-(1-\alpha)}=1$$

テイラー展開

$$\frac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^3+\cdots\cdots+x^n+\cdots,\qquad |x|<1$$



ホルト法のモデル式

$$F_{t+m} = S_t + mb_t$$
予測値（t+m期）

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$
全般的な平滑化

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$
傾向成分の平滑化

$$0 \le \alpha \le 1, \quad 0 \le \gamma \le 1$$

$$t \ge 2, \quad m > 0$$

初期値

$$S_1 = y_1$$

$$b_1 = y_2 - y_1$$

2期分のデータ

ホルト・ウィンタース法のモデル式

$$F_{t+m} = \left(S_t + mb_t\right) I_{t+m-L}$$

予測値（t+m期）

$$S_t = \alpha \frac{y_t}{I_{t-L}} + \left(1-\alpha\right)\left(S_{t-1} + b_{t-1}\right)$$

全般的な平滑化

$$b_t = \gamma\left(S_t - S_{t-1}\right) + \left(1-\gamma\right) b_{t-1}$$

傾向成分の平滑化

$$I_t = \beta \frac{y_t}{S_t} + \left(1-\beta\right) I_{t-L}$$

周期成分の平滑化

$$0 \le \alpha \le 1, \quad 0 \le \gamma \le 1, \quad 0 \le \beta \le 1$$

$$t > L, \quad m > 0$$

L：周期

可変応答平滑法のモデル式

$$S_{t+1} = \gamma \cdot y_t + (1-\gamma) \cdot S_t$$

$t \geq 1$

$$\gamma = \left| \frac{\delta}{\Delta} \right|$$

γ 平滑化変数

$$\delta = \frac{\sum_{\tau=0}^{n-1} \left(y_{t-\tau} - S_{t-\tau} \right)}{n}$$

$$\Delta = \frac{\sum_{\tau=0}^{n-1} \left| y_{t-\tau} - S_{t-\tau} \right|}{n}$$

初期値 $S_1 = y_1$

1期分のデータ

重回帰分析のモデル式

$$y = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot x_i + a_0$$

予測値
（目的変数）

重み
（偏回帰係数）

要因
（説明変数）

定数項

重回帰分析の特徴

$$y = 0.863 \cdot x_1 + 0.461 \cdot x_2 + 1.102$$

売上額（千万円）　広告費（百万円）　セールスマン（人）

①説明変数の目的変数に対する影響力が分かる！

（例）セールスマンを1人、増やすと、461万円売上が増加する。

②説明変数の大事さランキングを調べることができる！

係数の大きさにより、目的変数を求める際の各説明変数の大事さの程度が分かる。
ただし、標準偏回帰係数を求める必要がある。

説明変数の選択

①目的変数と相関の高い説明変数を選択する。
②説明変数相互で高い相関がある時は、一つの変数のみ使用する。
　　　　多重共線性
③将来設定できない説明変数は、使用しない。
④データの値が全て同じ説明変数は、使用できない。

$$y = -0.8 \cdot x_1 + 2.9 \cdot x_2 + 100$$

乗用車の保有台数　人口　世帯数

最小二乗法（最小2乗法，最小自乗法）

$$y = \beta_1 + \beta_2 \cdot x$$

目的変数　回帰係数　説明変数

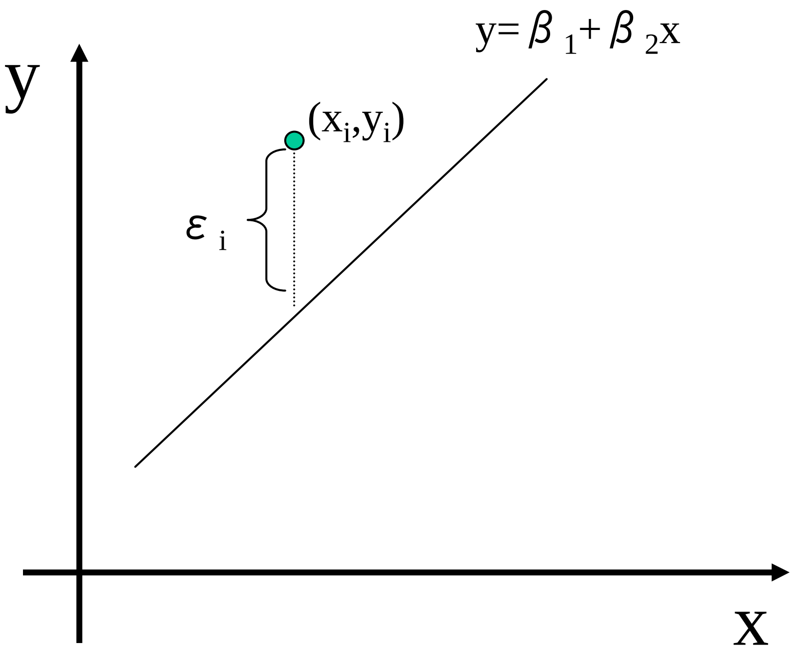
誤差項

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + \varepsilon_i, \quad (i = 1,2,\cdots,n)$$

$$\varepsilon_i = y_i - (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_i)$$

$$S = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$$

$$S = \sum_{i=1}^{n} \{y_i - (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_i)\}^2$$



偏微分・正規方程式

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i - \left(\beta_1 + \beta_2 \cdot x_i \right) \right\}^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \beta_1 - \beta_2 \cdot x_i \right) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_2} = -2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \beta_1 - \beta_2 \cdot x_i \right) \cdot x_i = 0$$

$$\begin{aligned} n\beta_1 \quad &+ \quad \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right) \beta_2 &= \quad \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right) \beta_1 \quad &+ \quad \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \right) \beta_2 &= \quad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \end{aligned}$$

回帰係数

$$
\begin{aligned}
n\beta_1 \quad &+ \quad \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\beta_2 \quad = \quad \sum_{i=1}^{n} y_i \\
\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\beta_1 \quad &+ \quad \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\beta_2 \quad = \quad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i
\end{aligned}
$$

$$\beta_1 + \frac{\sum x_i}{n} \cdot \beta_2 = \frac{\sum y_i}{n}$$

$$\sum x_i \cdot \left(\bar{y} - \beta_2 \cdot \bar{x}\right) + \sum x_i^2 \cdot \beta_2 = \sum x_i y_i$$

$$\beta_1 = \bar{y} - \beta_2 \cdot \bar{x}$$

$$\beta_2 = \frac{\sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - \sum x_i \cdot \bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}$$

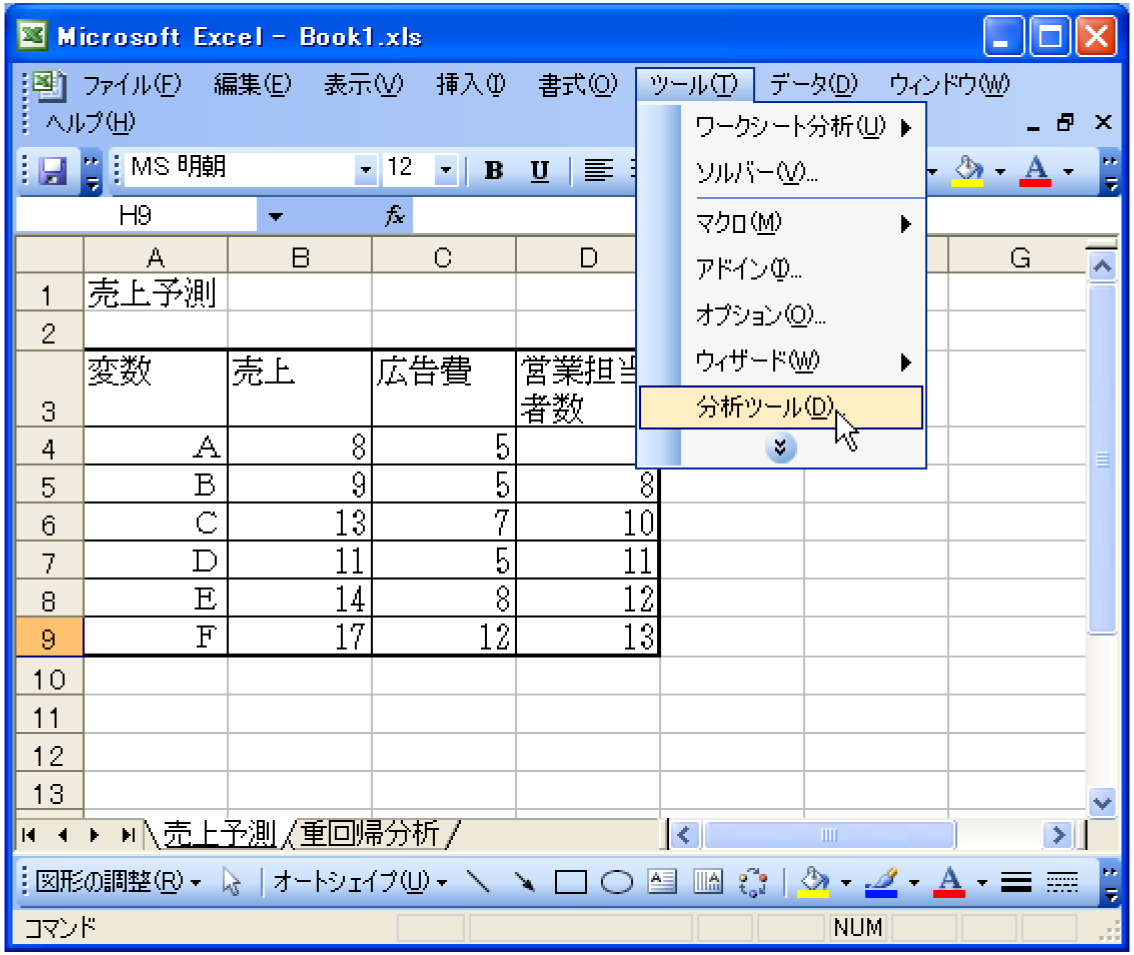
$$y = \beta_1 + \beta_2 \cdot x$$

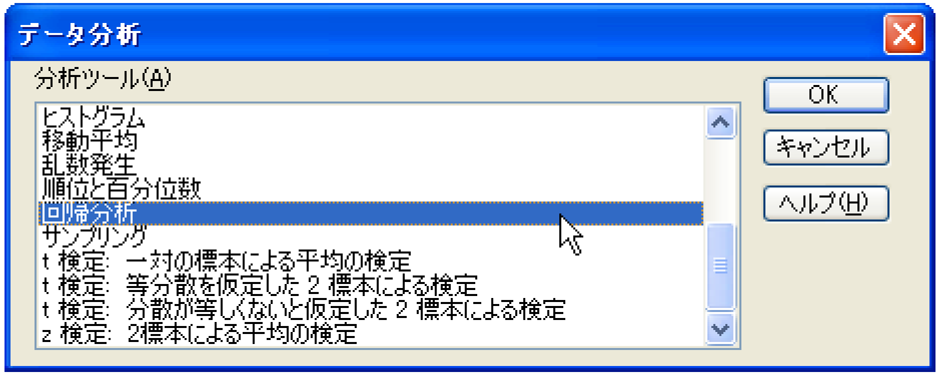
Excelを用いた重回帰分析

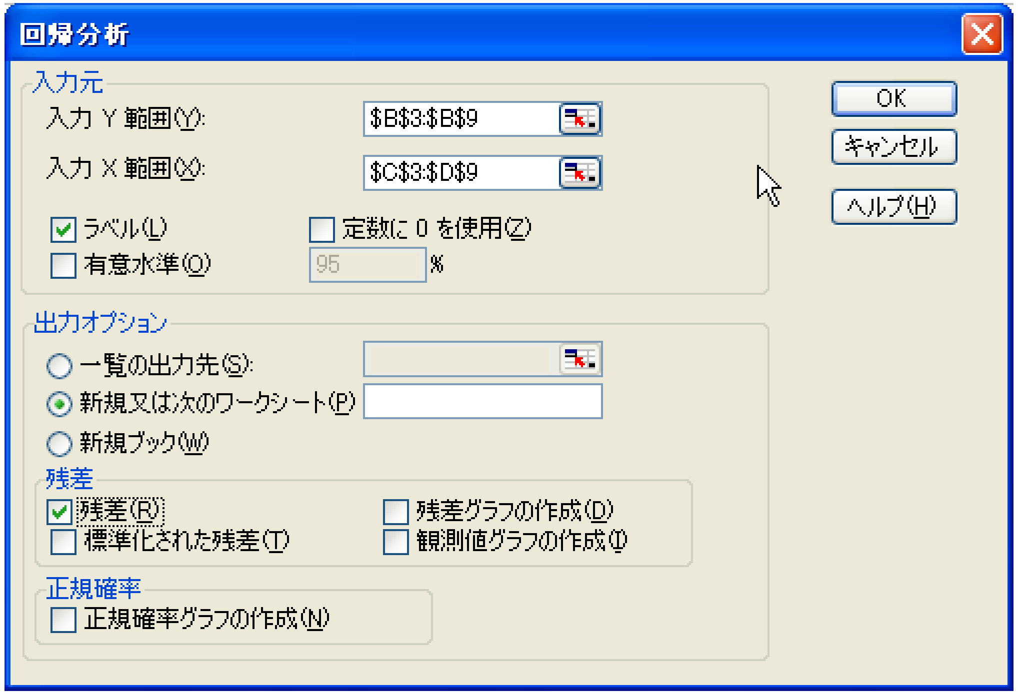
$$y = a_0 + a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2$$

y　　x_1　　x_2

売上	広告費	営業担当者数
8	5	6
9	5	8
13	7	10
11	5	11
14	8	12
17	12	13







「ツール」から「分析ツール」を選択する。
回帰分析を選択する。
なお、「分析ツール」が項目にない場合は、「アドイン」でチェックして機能をインストールする。

回帰統計	
重相関 R	0.988
重決定 R2	0.976
補正 R2	0.961
標準誤差	0.663
観測数	6

分散分析表

	自由度	変動	分散	』された分ﾖ	有意 F
回帰	2	54.682	27.341	62.236	0.004
残差	3	1.318	0.439		
合計	5	56			

	係数	標準誤差	t	P-値
切片	0.874	1.178	0.742	0.512
広告費	0.679	0.163	4.166	0.025
営業担当ｻ	0.638	0.172	3.703	0.034

$$y = a_0 + a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2$$

残差出力

観測値	ｾ測値：売_	残差
1	8.092	-0.092
2	9.368	-0.368
3	12.000	1.000
4	11.281	-0.281
5	13.954	0.046
6	17.306	-0.306

アルバイト先の売上データ

某居酒屋における〇〇〇〇年3月の売上

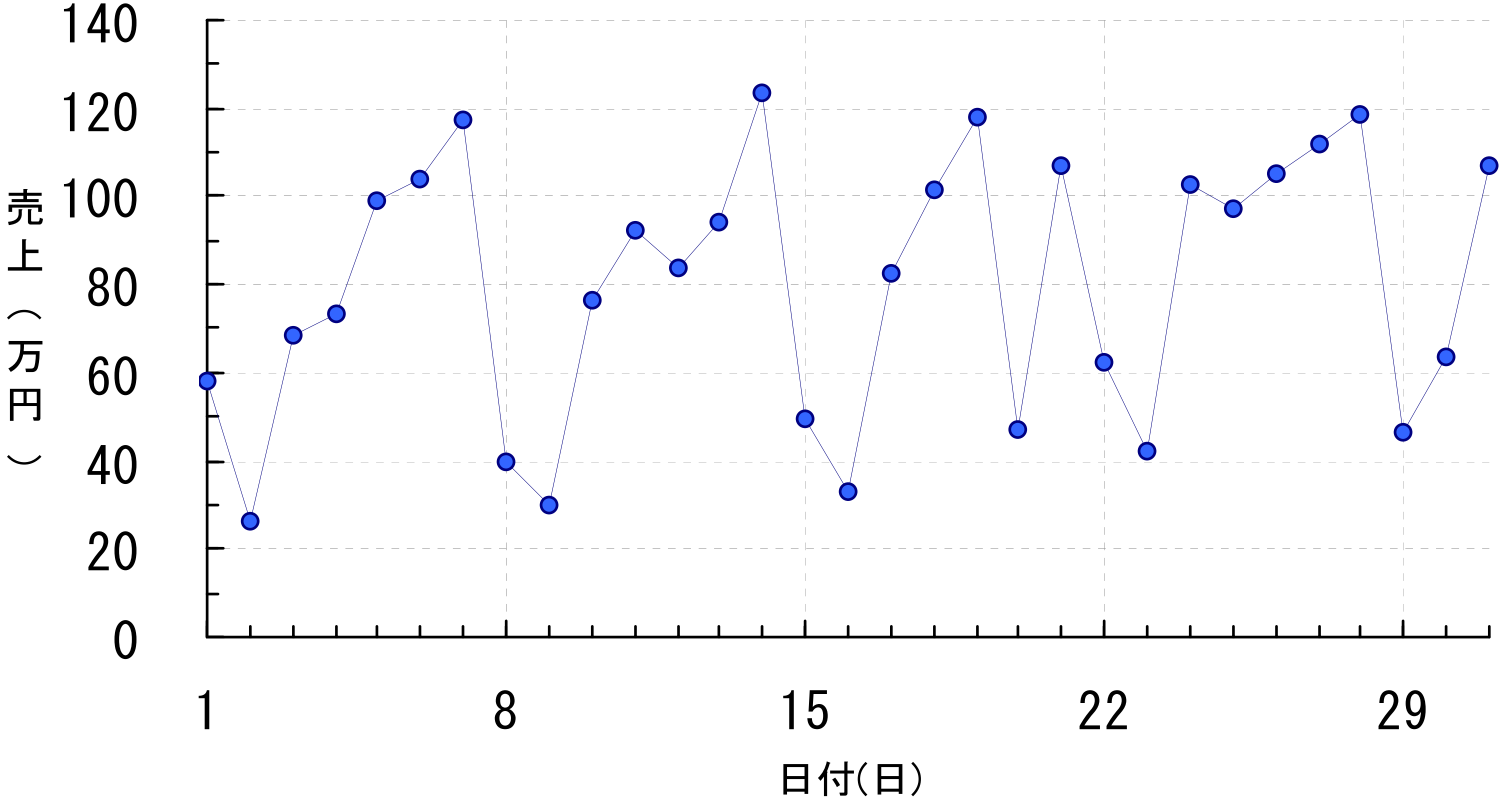
日	売上	来客数	曜日	天気	予約数
1	579166	168	月	曇り	21-40
2	264879	91	火	曇り	0-20
3	687583	204	水	曇り	21-40
4	731094	242	木	晴	21-40
5	987731	275	金	晴	81-100
6	1041686	293	土	雨	81-100
7	1173588	345	日	晴	101-120
8	399229	142	月	晴	0-20
9	301613	110	火	晴	0-20
10	765529	229	水	晴	21-40
11	922090	248	木	晴	61-80
12	837385	244	金	晴	61-80
13	943239	259	土	晴	101-120
14	1236960	351	日	晴	101-120
15	495375	182	月	雨	0-20

3月の売上
総売上：24,834,926(円)
総来客数：7,417(人)
1人あたり単価：3,348(円/人)
1日あたり売上：801,127(円/日)

時系列分析の例：傾向成分と周期成分を取り入れて、重回帰分析を行う。

日	曜日	売上	傾向	周期
1	月	579,166	1	0.623
2	火	264,879	2	0.475
3	水	687,583	3	1.062
4	木	731,094	4	1.105
5	金	987,731	5	1.232
6	土	1,041,686	6	1.086
7	日	1,173,588	7	1.418
8	月	399,229	8	0.623
9	火	301,613	9	0.475
10	水	765,529	10	1.062

曜日	平均	比
月	512,983	0.623
火	390,927	0.475
水	874,599	1.062
木	909,841	1.105
金	1,014,114	1.232
土	893,861	1.086
日	1,167,780	1.418
平均	823,444	1.000

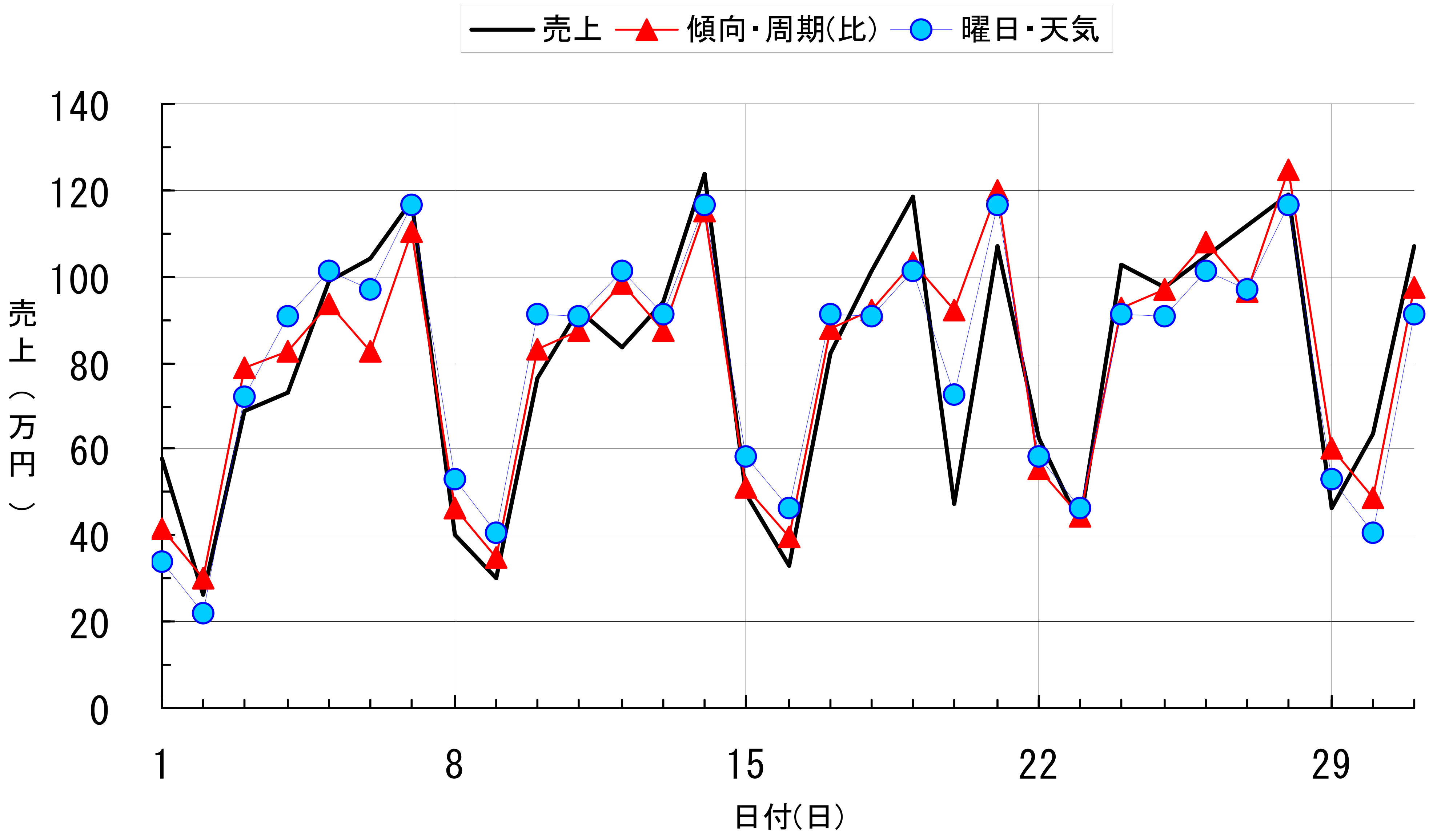


重回帰分析を用いる場合のデータの作成例

日	売上	月	火	水	木	金	土	日	晴	曇り	雨
1	579,166	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	264,879	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
3	687,583	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
4	731,094	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
5	987,731	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
6	1,041,686	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
7	1,173,588	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
8	399,229	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
9	301,613	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
10	765,529	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
11	922,090	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
12	837,385	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
13	943,239	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
14	1,236,960	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
15	495,375	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1

注意：日曜日は、他の曜日が、0の場合に相当するので、分析データから除く。同様に、天気の雨も除く。

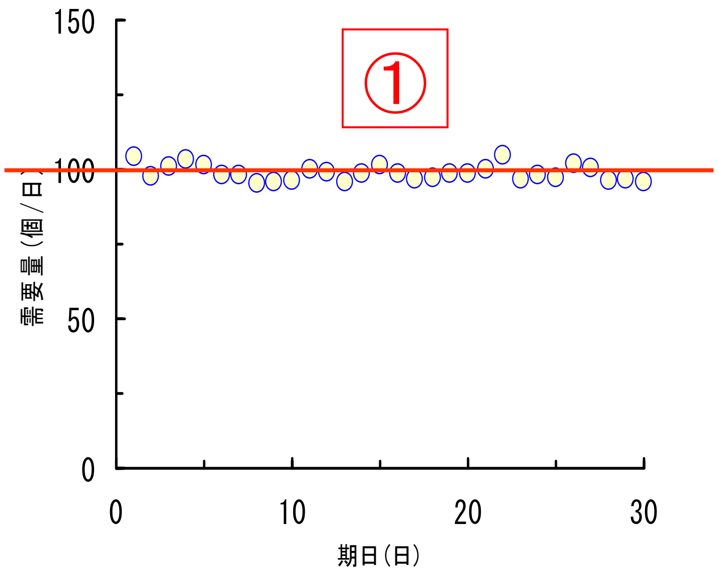
予測結果

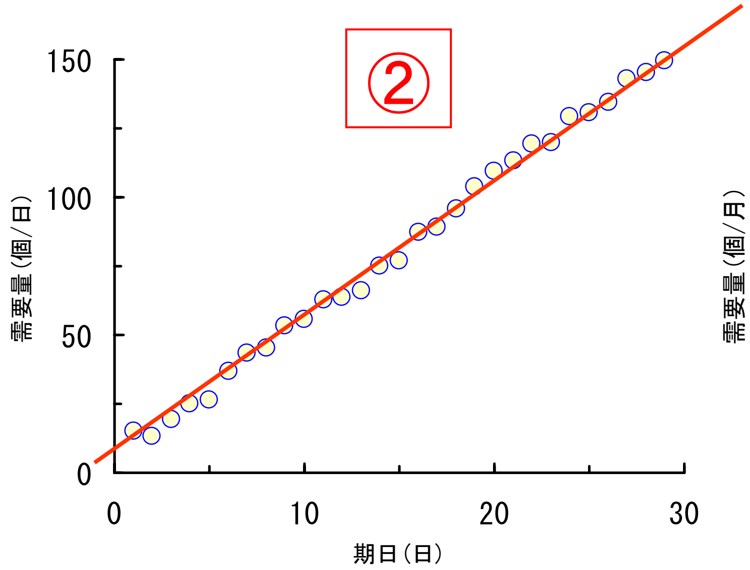


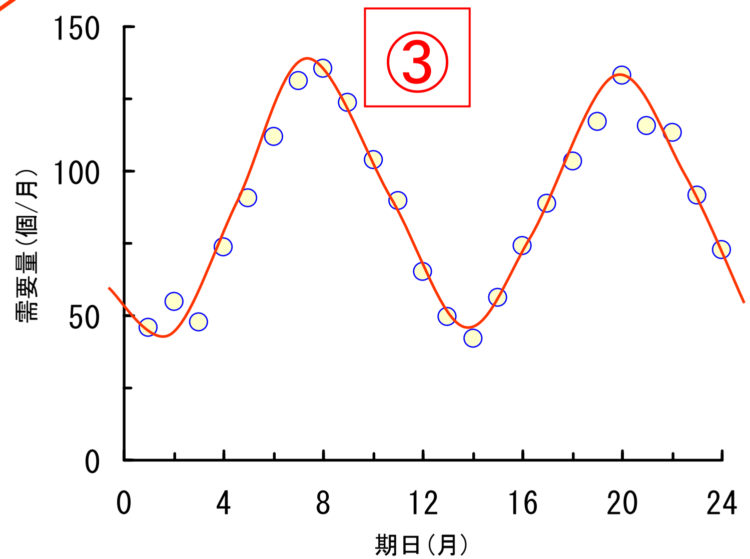
需要予測モデルのまとめ

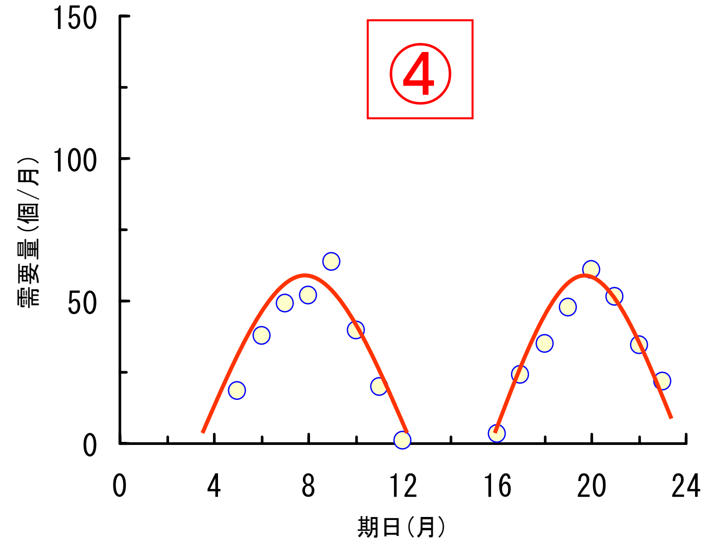
モデル名	ノイズ	傾向	周期	説明変数 イベント	データ	柔軟性
移動平均法	○				n期	△
1次指数平滑法	○				数期	△
ホルト法	○	○			数期	△
ホルト・ウィンタース法	○	○	○		数周期	△
可変応答平滑法	○	△	△		1期	○
重回帰分析	○	○	○	○	数周期	×
数量化Ｉ類	○		○	○	数周期	×

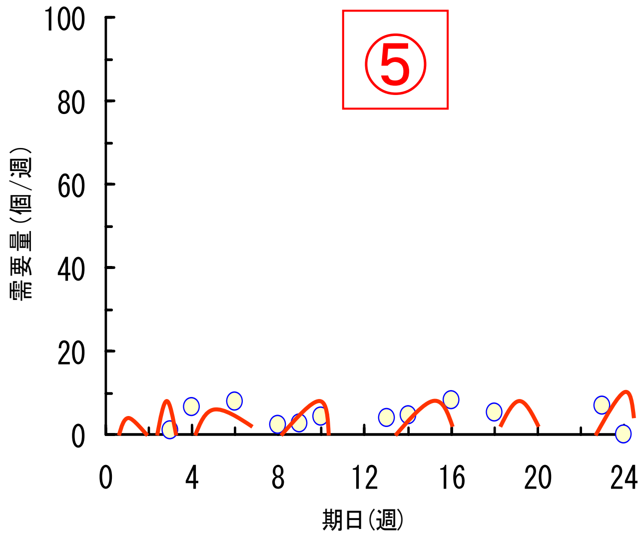
需要の種類





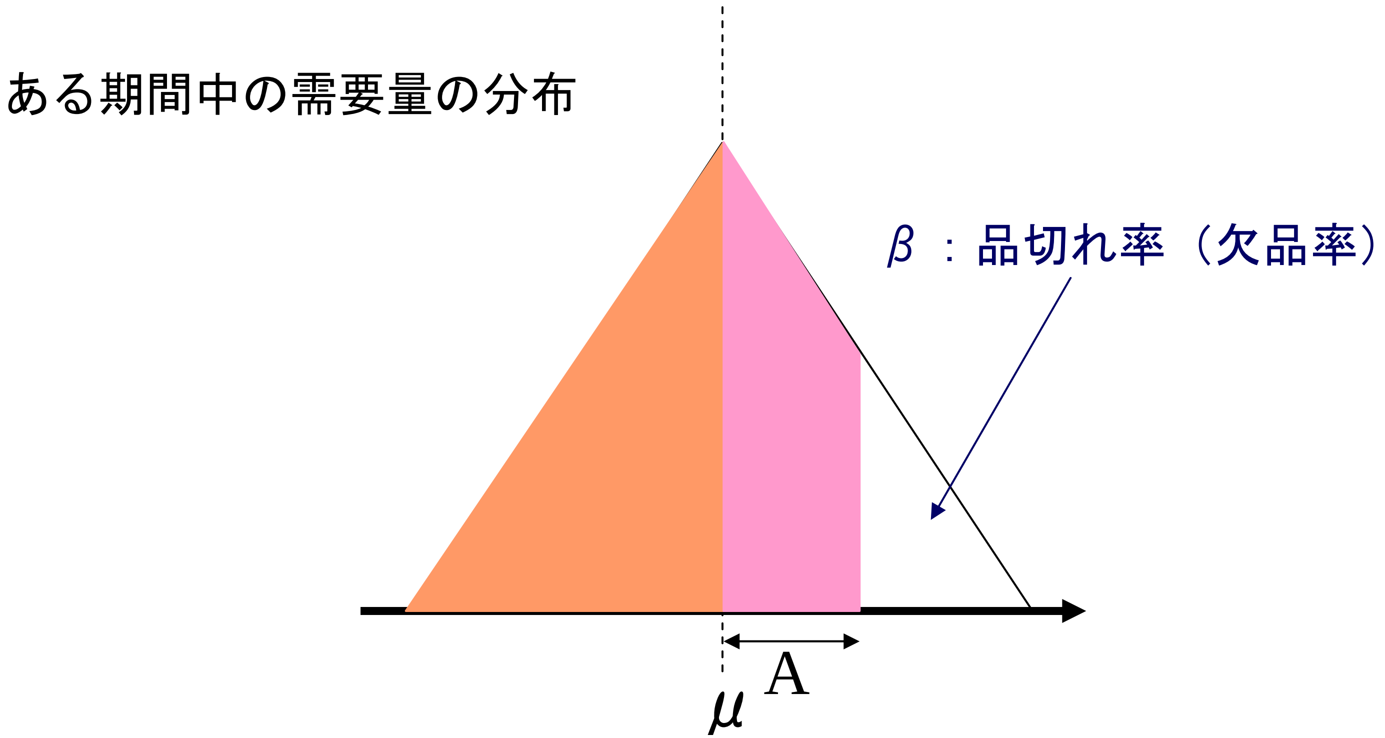






①水平型需要
②傾向型需要
③季節変動型需要
④季節品型需要
⑤こぶ型需要

確率予測



ある期間中の需要量の予測値：μ＋A

予測結果の評価方法

実績値　予測値

$$\varepsilon_t = y_t - S_t$$

誤差の値　　予測誤差　　絶対誤差

ε_t　　$|\varepsilon_t|$

指標の種類　　平均，標準偏差，比率

平均予測誤差
平均絶対誤差
二乗平均平方根誤差

予測誤差の標準偏差

予測誤差の標準偏差／実績値の平均
平均絶対誤差／実績値の平均

評価方法（平均）

平均予測誤差

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(y_t - S_t\right)}{n}$$

誤差の偏りを見る

誤差の大きさを見る

平均絶対誤差

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}\left|y_t - S_t\right|}{n}$$

二乗平均平方根誤差

$$\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(y_t - S_t\right)^2}{n}}$$

評価方法（標準偏差，比率）

予測誤差の標準偏差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\varepsilon_t - \bar{\varepsilon}\right)^2}{n}}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t}{n}$$

$$\varepsilon_t = y_t - S_t$$

予測誤差の標準偏差／実績値の平均

平均絶対誤差／実績値の平均

誤差の程度を見る
（精度）

誤差の大きさを見る

評価方法【回帰分析】

誤差の偏りを見る

ダーヴィンワトソン比

$$\varepsilon_t = y_t - S_t$$

$$Dw = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \varepsilon_t^2}$$

誤差の程度（精度）を見る

決定係数

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - S_t)^2}{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n}$$

誤差のランダム性を調べる指標
Dwが2前後のとき、誤差がランダムであることが知られている。

追加：回帰係数の検定も行う。

需要予測を行う際の注意点

予測モデルの切り替え
　　商品のライフサイクル
要因の抽出
　　イベント等の考慮

不変性の仮定
　　海外の競争会社の市場参入
　　消費者嗜好の変化
　　代替技術の開発
　　貿易摩擦など

作業負荷の軽減
データの収集・管理

販売実績と真の需要
　　欠品の考慮

全体予測と個別予測