

ホルト法のモデル式

$$F_{t+m} = S_t + mb_t$$

予測値 (t+m期)

$$S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

全般的な平滑化

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1}$$

傾向成分の平滑化

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

$$t \geq 2, \quad m > 0$$

初期値 $S_1 = y_1$

$$b_1 = y_2 - y_1$$

2期分のデータ

ホルト・ウィンターズ法のモデル式

$$F_{t+m} = (S_t + mb_t)I_{t+m-L}$$

予測値 (t+m期)

$$S_t = \alpha \frac{y_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

全般的な平滑化

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$

傾向成分の平滑化

$$I_t = \beta \frac{y_t}{S_t} + (1-\beta)I_{t-L}$$

周期成分の平滑化

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad 0 \leq \gamma \leq 1, \quad 0 \leq \beta \leq 1$$

$$t > L, \quad m > 0$$

L : 周期

可変応答平滑法のモデル式

$$S_{t+1} = \gamma \cdot y_t + (1 - \gamma) \cdot S_t \quad t \geq 1$$

$$\gamma = \left| \frac{\delta}{\Delta} \right|$$

$$\delta = \frac{\sum_{\tau=0}^{n-1} (y_{t-\tau} - S_{t-\tau})}{n}$$

$$\Delta = \frac{\sum_{\tau=0}^{n-1} |y_{t-\tau} - S_{t-\tau}|}{n}$$

γ 平滑化変数

初期値 $S_1 = y_1$

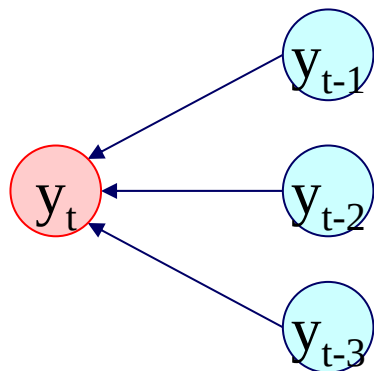
1期分のデータ

需要予測モデル

時系列データ
目的変数 (y) のみ使用

移動平均法

指数平滑法

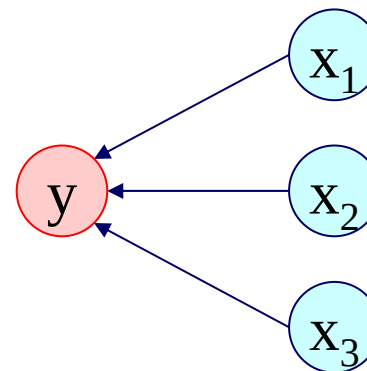


量的データ 量的データ

目的変数 (y) と説明変数 ($x_1, x_2, \dots$)

重回帰分析

数量化 I 類



量的データ 量的・質的データ

重回帰分析のモデル式

$$y = \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i + a_0$$

予測値
(目的変数)

重み
(偏回帰係数)

要因
(説明変数)

定数項

The diagram shows the multiple regression model equation $y = \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i + a_0$. Arrows point from labels to the corresponding parts of the equation: '予測値 (目的変数)' points to y ; '重み (偏回帰係数)' points to a_i ; '要因 (説明変数)' points to x_i ; and '定数項' points to a_0 .

重回帰分析の特徴

$$y = 0.863 \cdot x_1 + 0.461 \cdot x_2 + 1.102$$

売上額（千万円） 広告費（百万円） セールスマン（人）

①説明変数の目的変数に対する影響力が分かる！

（例）セールスマンを1人、増やすと、461万円売上が増加する。

②説明変数の大事さランキングを調べることができる！

係数の大きさにより、目的変数を求める際の各説明変数の大事さの程度が分かる。
ただし、標準偏回帰係数を求める必要がある。

説明変数の選択

- ①目的変数と相関の高い説明変数を選択する。
- ②説明変数相互で高い相関がある時は、一つの変数のみ使用する。
多重共線性
- ③将来設定できない説明変数は、使用しない。
- ④データの値が全て同じ説明変数は、使用できない。

$$y = -0.8 \cdot x_1 + 2.9 \cdot x_2 + 100$$

↑ ↑ ↑

乗用車の保有台数 人口 世帯数

最小二乘法（最小2乘法，最小自乘法）

誤差項

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + \varepsilon_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

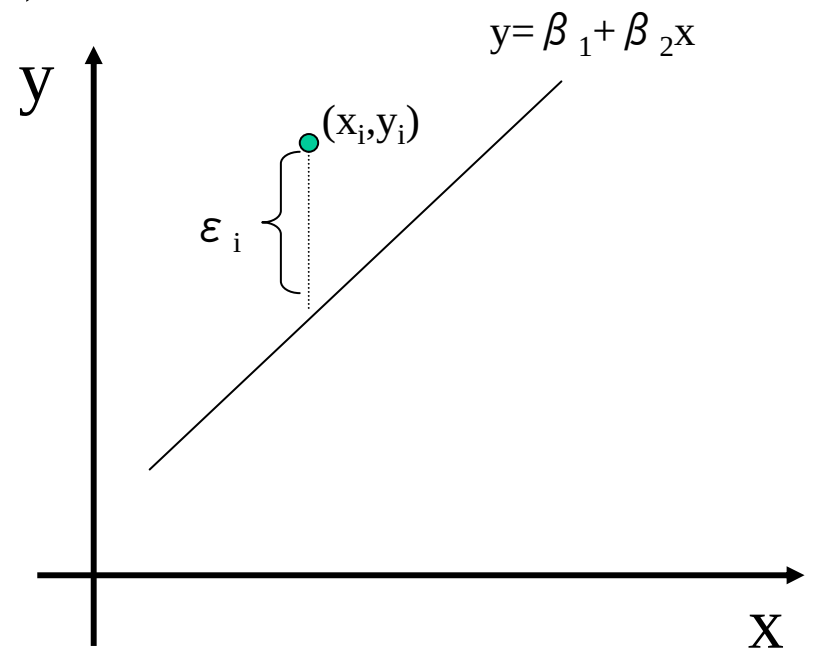
$$\varepsilon_i = y_i - (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_i)$$

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$$

$$S = \sum_{i=1}^n \{y_i - (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_i)\}^2$$

$$y = \beta_1 + \beta_2 \cdot x$$

目的変数 回帰係数 説明変数



偏微分・正規方程式

$$S = \sum_{i=1}^n \{y_i - (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_i)\}^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_1 - \beta_2 \cdot x_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_2} = -2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_1 - \beta_2 \cdot x_i) \cdot x_i = 0$$

$$\begin{aligned} n\beta_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\beta_2 &= \sum_{i=1}^n y_i \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\beta_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)\beta_2 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{aligned}$$

回帰係数

$$\begin{aligned} n\beta_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\beta_2 &= \sum_{i=1}^n y_i \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\beta_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)\beta_2 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_1 + \frac{\sum x_i}{n} \cdot \beta_2 &= \frac{\sum y_i}{n} & \sum x_i \cdot (\bar{y} - \beta_2 \cdot \bar{x}) + \sum x_i^2 \cdot \beta_2 &= \sum x_i y_i \\ \beta_1 = \bar{y} - \beta_2 \cdot \bar{x} & & \beta_2 = \frac{\sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - \sum x_i \cdot \bar{x}} &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \end{aligned}$$

$y = \beta_1 + \beta_2 \cdot x$

輸送距離が長くなるほど、運賃単価は安くなる！

説明変数	目的変数				
距離(km)	運賃単価(円/t・km)	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$
100	10.0				
200	8.8				
300	7.5				
400	6.0				
500	5.0				
合計					
平均					

$$\beta_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\beta_1 = \bar{y} - \beta_2 \cdot \bar{x}$$

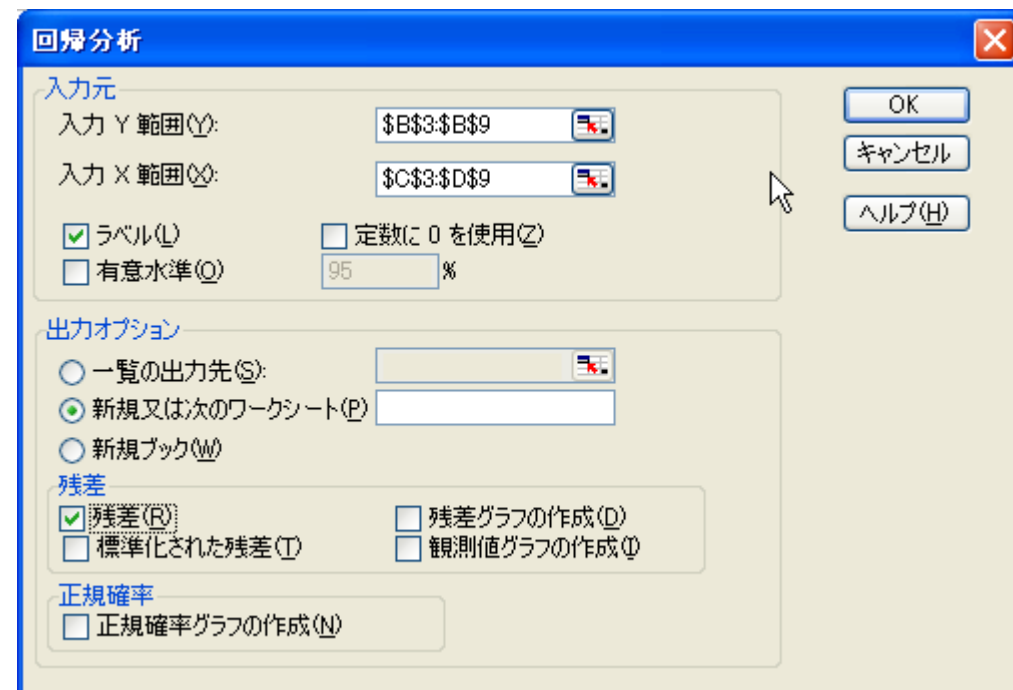
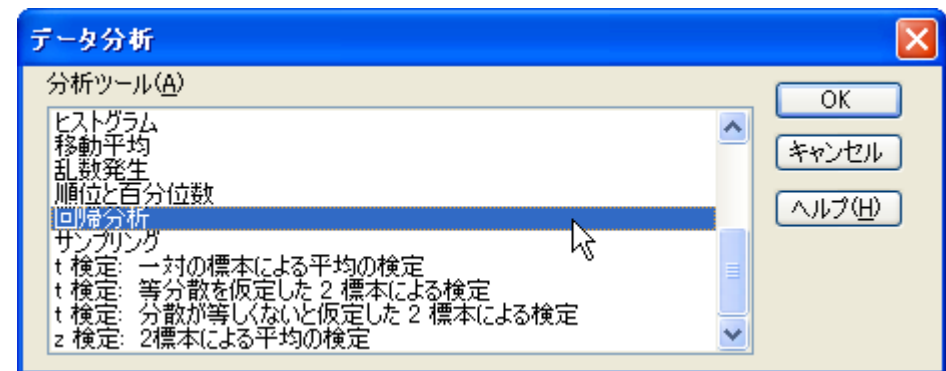
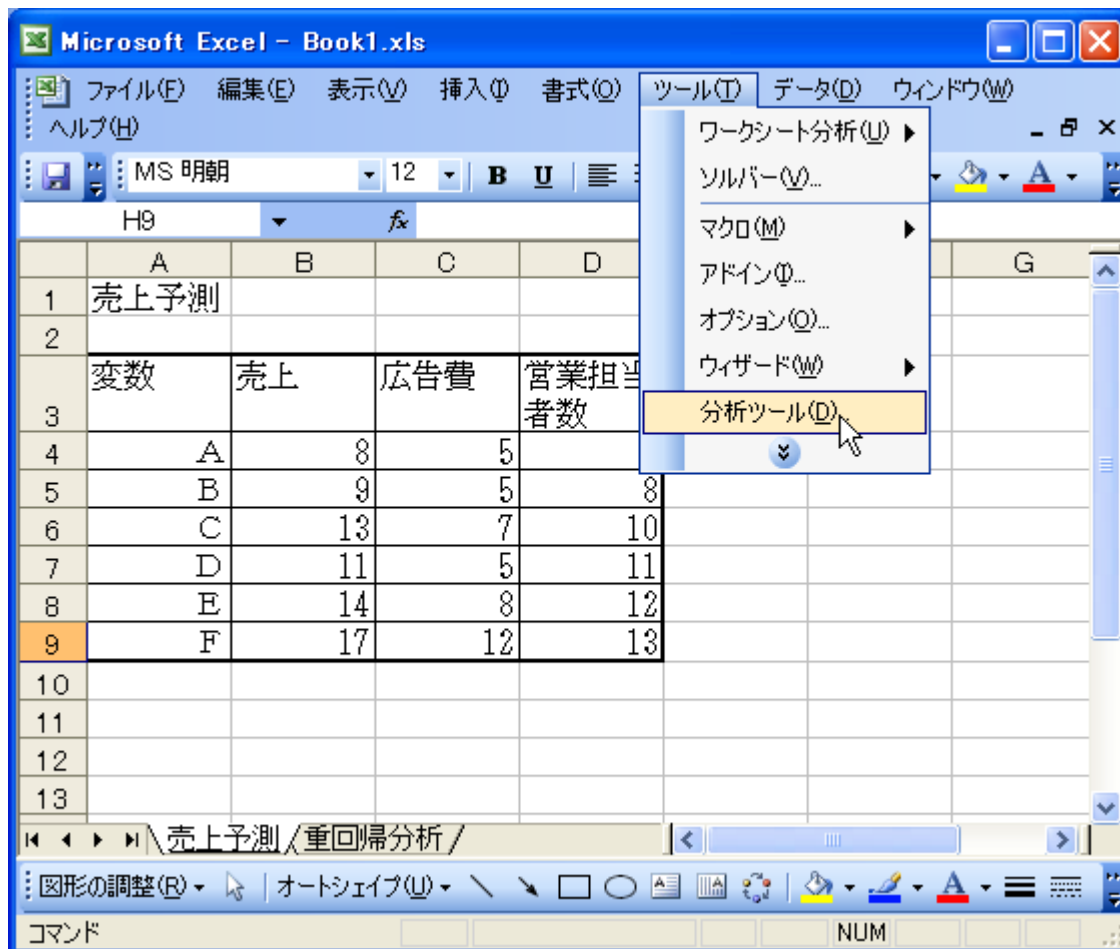
$$y = \beta_1 + \beta_2 \cdot x$$

Excelを用いた重回帰分析

$$y = a_0 + a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2$$

y x₁ x₂

売上	広告費	営業担当者数
8	5	6
9	5	8
13	7	10
11	5	11
14	8	12
17	12	13



「ツール」から「分析ツール」を選択する。

回帰分析を選択する。

なお、「分析ツール」が項目にない場合は、「アドイン」でチェックして機能をインストールする。

回帰統計	
重相関 R	0.988
重決定 R ²	0.976
補正 R ²	0.961
標準誤差	0.663
観測数	6

分散分析表

	自由度	変動	分散	割られた分散	有意 F
回帰	2	54.682	27.341	62.236	0.004
残差	3	1.318	0.439		
合計	5	56			

	係数	標準誤差	t	P-値
切片	0.874	1.178	0.742	0.512
広告費	0.679	0.163	4.166	0.025
営業担当	0.638	0.172	3.703	0.034

残差出力

$$y = a_0 + a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2$$

観測値	予測値 : 売上	残差
1	8.092	-0.092
2	9.368	-0.368
3	12.000	1.000
4	11.281	-0.281
5	13.954	0.046
6	17.306	-0.306

時系列分析の例：傾向成分と周期成分を取り入れて、重回帰分析を行う。

日	曜日	売上	傾向	周期
1	月	579,166	1	0.623
2	火	264,879	2	0.475
3	水	687,583	3	1.062
4	木	731,094	4	1.105
5	金	987,731	5	1.232
6	土	1,041,686	6	1.086
7	日	1,173,588	7	1.418
8	月	399,229	8	0.623
9	火	301,613	9	0.475
10	水	765,529	10	1.062

曜日	平均	比
月	512,983	0.623
火	390,927	0.475
水	874,599	1.062
木	909,841	1.105
金	1,014,114	1.232
土	893,861	1.086
日	1,167,780	1.418
平均	823,444	1.000

