数量化Ｉ類のモデル式

$$y = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} a_{i,j} \cdot x_{i,j} + a_0$$

予測値

重み
（カテゴリースコア）

要因
（有：1，無：0）

平均値

ｉ：アイテム，（例）曜日
ｊ：カテゴリー，（例）火曜日

アルバイト先の売上データ

某居酒屋における○○○○年3月の売上

日	売上	来客数	曜日	天気	予約数
1	579166	168	月	曇り	21-40
2	264879	91	火	曇り	0-20
3	687583	204	水	曇り	21-40
4	731094	242	木	晴	21-40
5	987731	275	金	晴	81-100
6	1041686	293	土	雨	81-100
7	1173588	345	日	晴	101-120
8	399229	142	月	晴	0-20
9	301613	110	火	晴	0-20
10	765529	229	水	晴	21-40
11	922090	248	木	晴	61-80
12	837385	244	金	晴	61-80
13	943239	259	土	晴	101-120
14	1236960	351	日	晴	101-120
15	495375	182	月	雨	0-20

3月の売上
総売上：24,834,926(円)
総来客数：7,417(人)
1人あたり単価：3,348(円/人)
1日あたり売上：801,127(円/日)

売上データの集計

アイテム	曜日							天気		
カテゴリー	日	月	火	水	木	金	土	晴	曇り	雨
出現回数	4	5	5	5	4	4	4	21	4	6

出現回数	アイテム	曜日							天気			売上合計
アイテム	カテゴリー	日	月	火	水	木	金	土	晴	曇り	雨	
曜日	日		0	0	0	0	0	0	4	0	0	4,671,121
	月	0		0	0	0	0	0	2	1	2	2,564,913
	火	0	0		0	0	0	0	2	1	2	1,954,633
	水	0	0	0		0	0	0	4	1	0	4,372,994
	木	0	0	0	0		0	0	4	0	0	3,639,364
	金	0	0	0	0	0		0	4	0	0	4,056,457
	土	0	0	0	0	0	0		1	1	2	3,575,444
天気	晴	4	2	2	4	4	4	1		0	0	18,797,077
	曇り	0	1	1	1	0	0	1	0		0	2,004,995
	雨	0	2	2	0	0	0	2	0	0		4,032,854

連立方程式の作成

アイテム	曜日							天気		
カテゴリー	日	月	火	水	木	金	土	晴	曇り	雨
変数	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X21	X22	X23
重み	a11	a12	a13	a14	a15	a16	a17	a21	a22	a23

$$4\cdot a_{11}+0\cdot a_{12}+0\cdot a_{13}+0\cdot a_{14}+0\cdot a_{15}+0\cdot a_{16}+0\cdot a_{17}+4\cdot a_{21}+0\cdot a_{22}+0\cdot a_{23}=4671121$$

$$0\cdot a_{11}+5\cdot a_{12}+0\cdot a_{13}+0\cdot a_{14}+0\cdot a_{15}+0\cdot a_{16}+0\cdot a_{17}+2\cdot a_{21}+1\cdot a_{22}+2\cdot a_{23}=2564913$$

$$0\cdot a_{11}+0\cdot a_{12}+5\cdot a_{13}+0\cdot a_{14}+0\cdot a_{15}+0\cdot a_{16}+0\cdot a_{17}+2\cdot a_{21}+1\cdot a_{22}+2\cdot a_{23}=1954633$$

$$0\cdot a_{11}+0\cdot a_{12}+0\cdot a_{13}+5\cdot a_{14}+0\cdot a_{15}+0\cdot a_{16}+0\cdot a_{17}+4\cdot a_{21}+1\cdot a_{22}+0\cdot a_{23}=4372994$$

$$0\cdot a_{11}+0\cdot a_{12}+0\cdot a_{13}+0\cdot a_{14}+4\cdot a_{15}+0\cdot a_{16}+0\cdot a_{17}+4\cdot a_{21}+0\cdot a_{22}+0\cdot a_{23}=3639364$$

$$0\cdot a_{11}+0\cdot a_{12}+0\cdot a_{13}+0\cdot a_{14}+0\cdot a_{15}+4\cdot a_{16}+0\cdot a_{17}+4\cdot a_{21}+0\cdot a_{22}+0\cdot a_{23}=4056457$$

$$0\cdot a_{11}+0\cdot a_{12}+0\cdot a_{13}+0\cdot a_{14}+0\cdot a_{15}+0\cdot a_{16}+4\cdot a_{17}+1\cdot a_{21}+1\cdot a_{22}+2\cdot a_{23}=3575444$$

$$4\cdot a_{11}+2\cdot a_{12}+2\cdot a_{13}+4\cdot a_{14}+4\cdot a_{15}+4\cdot a_{16}+1\cdot a_{17}+21\cdot a_{21}+0\cdot a_{22}+0\cdot a_{23}=18797077$$

$$0\cdot a_{11}+1\cdot a_{12}+1\cdot a_{13}+1\cdot a_{14}+0\cdot a_{15}+0\cdot a_{16}+1\cdot a_{17}+0\cdot a_{21}+4\cdot a_{22}+0\cdot a_{23}=2004995$$

$$0\cdot a_{11}+2\cdot a_{12}+2\cdot a_{13}+0\cdot a_{14}+0\cdot a_{15}+0\cdot a_{16}+2\cdot a_{17}+0\cdot a_{21}+0\cdot a_{22}+6\cdot a_{23}=4032854$$

連立方程式の解法

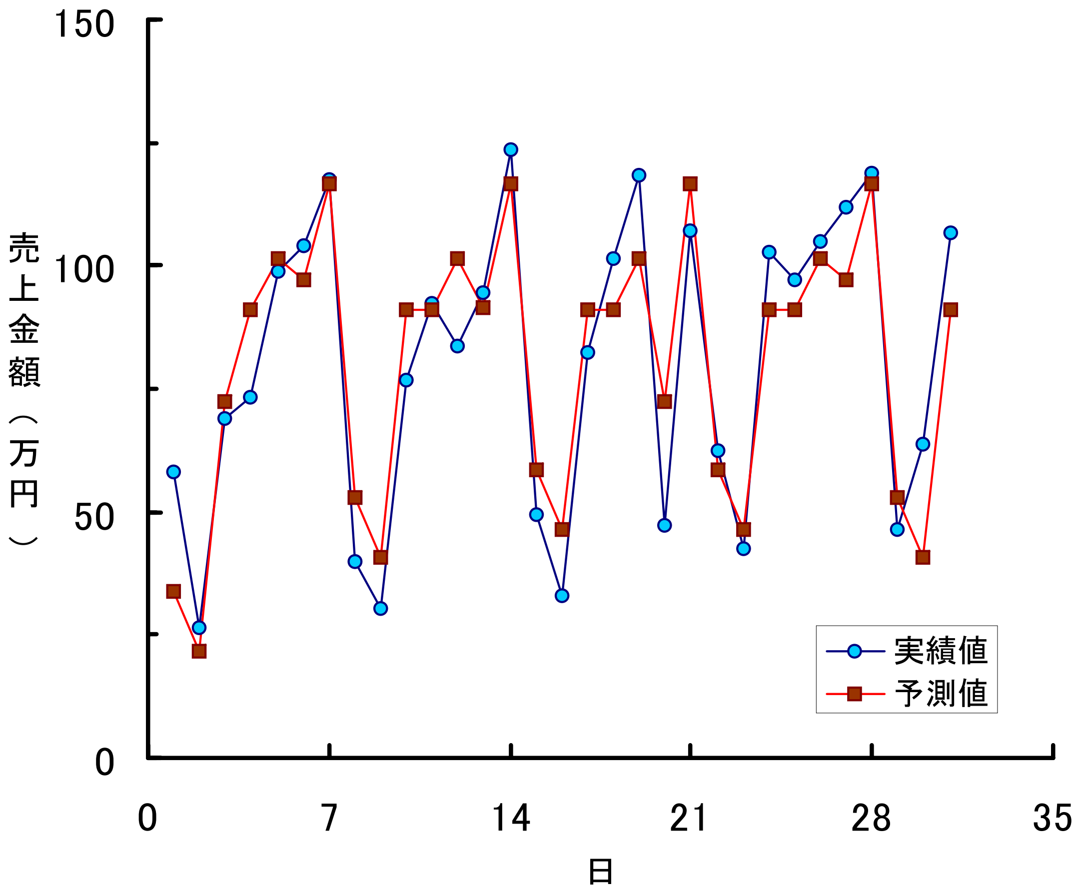
連立方程式は、第2アイテム以降の第1カテゴリーの重みを、0として解く。
例では、a21=0 とし、a21を除いた残りの9元連立方程式を解く。

アイテム	カテゴリー	変数	方程式の解（重み）	出現回数	加重平均	カテゴリースコア（重み）
曜日	日	X11	1167780.3	4	814511.0	353269.2
	月	X12	528074.9	5		-286436.2
	火	X13	406018.9	5		-408492.2
	水	X14	912305.3	5		97794.3
	木	X15	909841.0	4		95330.0
	金	X16	1014114.3	4		199603.2
	土	X17	912726.3	4		98215.3
天気	晴	X21	0.0	21	-13384.4	13384.4
	曇り	X22	-188532.6	4		-175148.2
	雨	X23	56535.7	6		69920.1

計算例

予測値　＝　曜日による予測値　＋　天気による予測値　＋　平均値

例題：金曜日、晴　　1,014,114　=　199,603　+　13,384　+　801,127



重回帰分析を用いる場合のデータの作成例

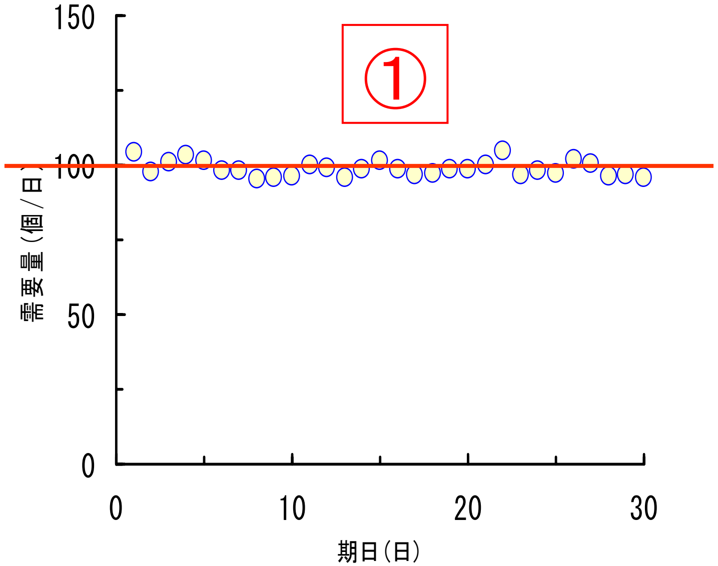
日	売上	月	火	水	木	金	土	日	晴	曇り	雨
1	579,166	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	264,879	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
3	687,583	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
4	731,094	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
5	987,731	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
6	1,041,686	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
7	1,173,588	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
8	399,229	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
9	301,613	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
10	765,529	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
11	922,090	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
12	837,385	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
13	943,239	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
14	1,236,960	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
15	495,375	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1

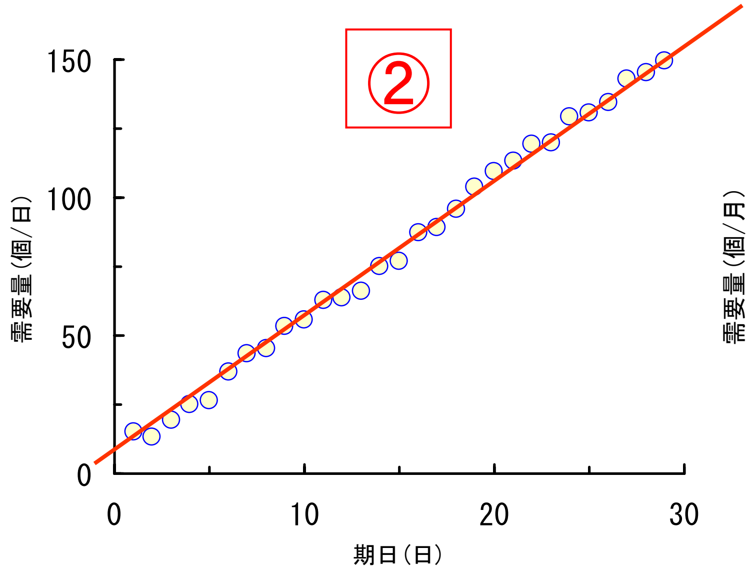
注意：日曜日は、他の曜日が、0の場合に相当するので、分析データから除く。同様に、天気の雨も除く。

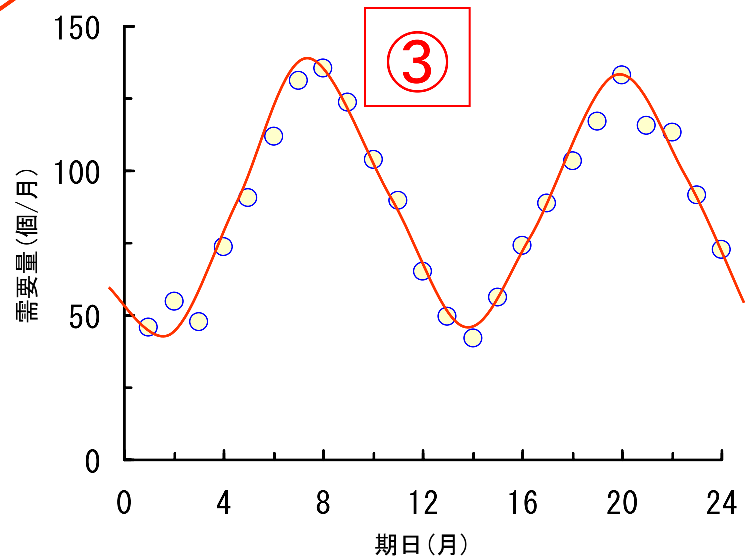
需要予測モデルのまとめ

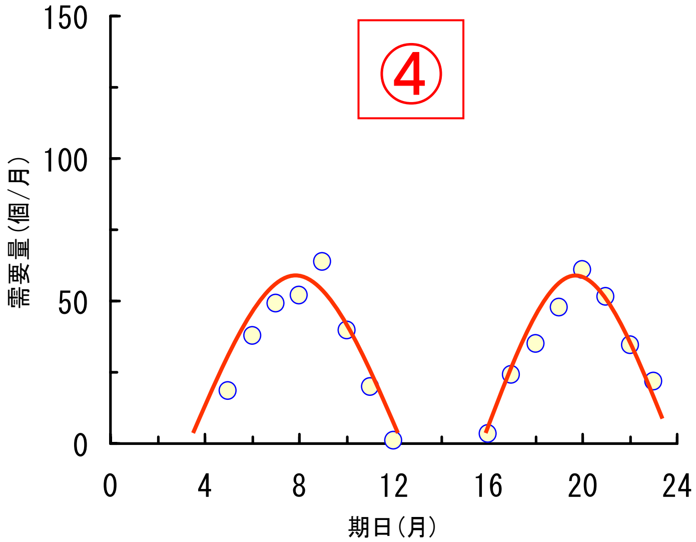
モデル名	ノイズ	傾向	周期	説明変数 イベント	データ	柔軟性
移動平均法	○				n期	△
1次指数平滑法	○				数期	△
ホルト法	○	○			数期	△
ホルト・ウィンタース法	○	○	○		数周期	△
可変応答平滑法	○	△	△		1期	○
重回帰分析	○	○	○	○	数周期	×
数量化Ｉ類	○		○	○	数周期	×

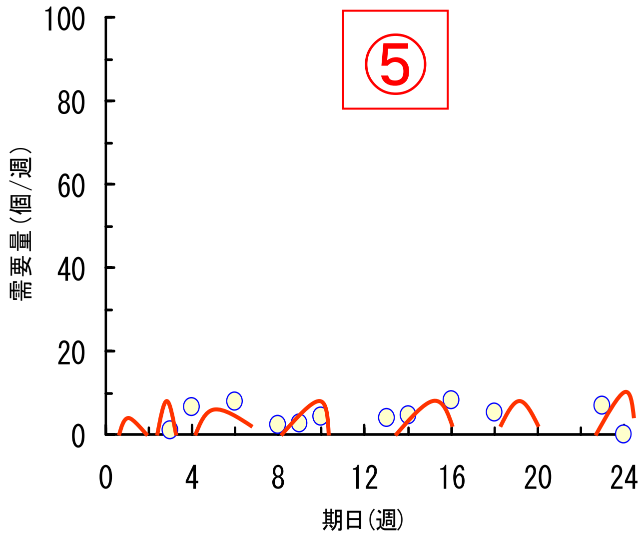
需要の種類











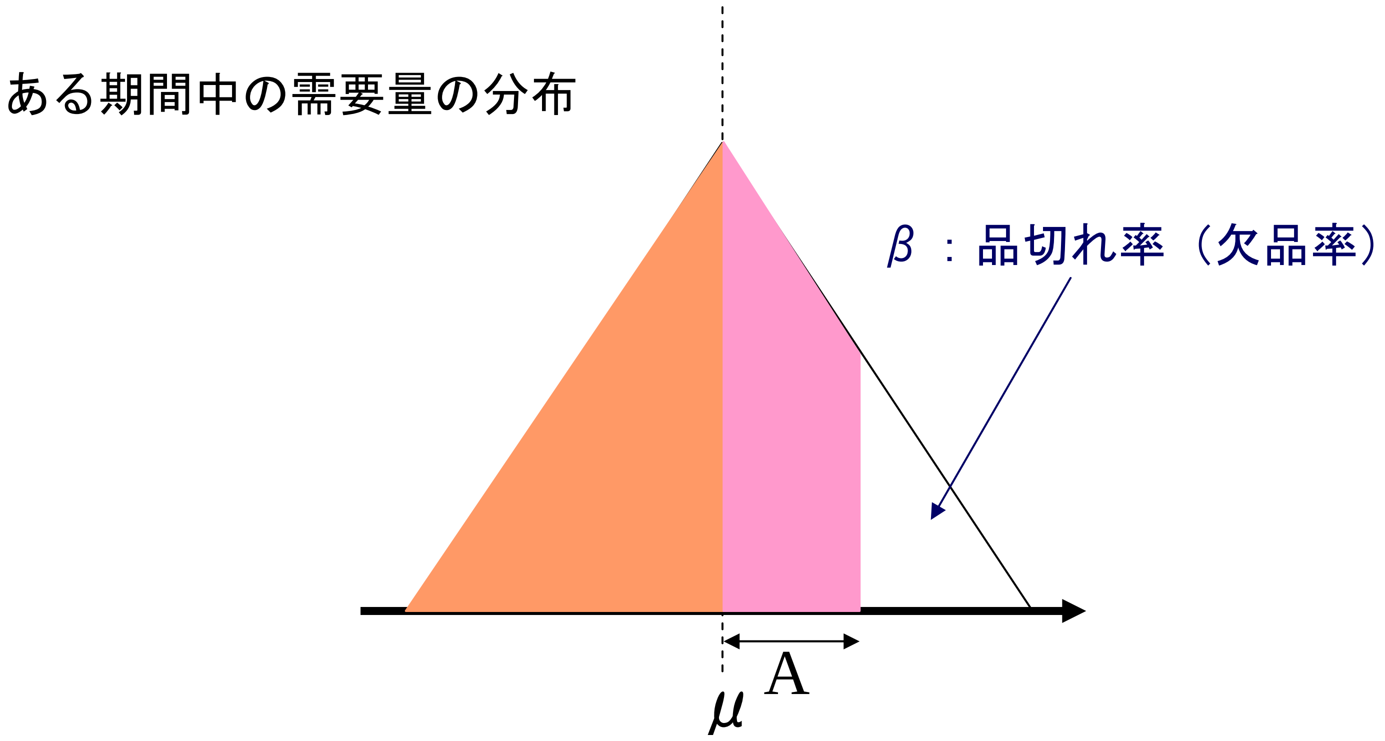
①水平型需要
②傾向型需要
③季節変動型需要
④季節品型需要
⑤こぶ型需要

需要変動への対応

	ノイズ	傾向		周期	
モデル名	水平型	傾向型	季節変動型	季節品型	こぶ型
移動平均法	○				
1次指数平滑法	○				
ホルト法	○	○			
ホルト・ウィンタース法	○	○	○	△注	
可変応答平滑法	○	△	△		
重回帰分析	○	○	○	△注	
数量化Ⅰ類	○		○	△注	

注：需要のある期間のみにモデルを適用

確率予測



ある期間中の需要量の予測値：μ＋A

予測結果の評価方法

実績値　予測値

$$\varepsilon_t = y_t - S_t$$

誤差の値　　予測誤差　ε_t　　絶対誤差　$|\varepsilon_t|$

指標の種類　　平均，標準偏差，比率

平均：
平均予測誤差
平均絶対誤差
二乗平均平方根誤差

標準偏差：
予測誤差の標準偏差

比率：
予測誤差の標準偏差／実績値の平均
平均絶対誤差／実績値の平均

評価方法（平均）

平均予測誤差

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - S_t)}{n}$$

誤差の偏りを見る

誤差の大きさを見る

平均絶対誤差

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}|y_t - S_t|}{n}$$

二乗平均平方根誤差

$$\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - S_t)^2}{n}}$$

評価方法（標準偏差，比率）

予測誤差の標準偏差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} \left(\varepsilon_t - \bar{\varepsilon}\right)^2}{n}}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{t=1}^{n} \varepsilon_t}{n}$$

$$\varepsilon_t = y_t - S_t$$

予測誤差の標準偏差／実績値の平均

平均絶対誤差／実績値の平均

誤差の程度を見る
（精度）

誤差の大きさを見る

評価方法【回帰分析】

誤差の偏りを見る

ダーヴィンワトソン比

$$\varepsilon_t = y_t - S_t$$

$$Dw = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^2}$$

誤差の程度（精度）を見る

決定係数

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(y_t - S_t\right)^2}{\sum_{t=1}^{n}\left(y_t - \bar{y}\right)^2}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n}$$

誤差のランダム性を調べる指標
Dwが2前後のとき、誤差がランダムであることが知られている。

追加：回帰係数の検定も行う。

需要予測を行う際の注意点

予測モデルの切り替え
　　商品のライフサイクル
要因の抽出
　　イベント等の考慮

不変性の仮定
　　海外の競争会社の市場参入
　　消費者嗜好の変化
　　代替技術の開発
　　貿易摩擦など

作業負荷の軽減
データの収集・管理

販売実績と真の需要
　　欠品の考慮

全体予測と個別予測