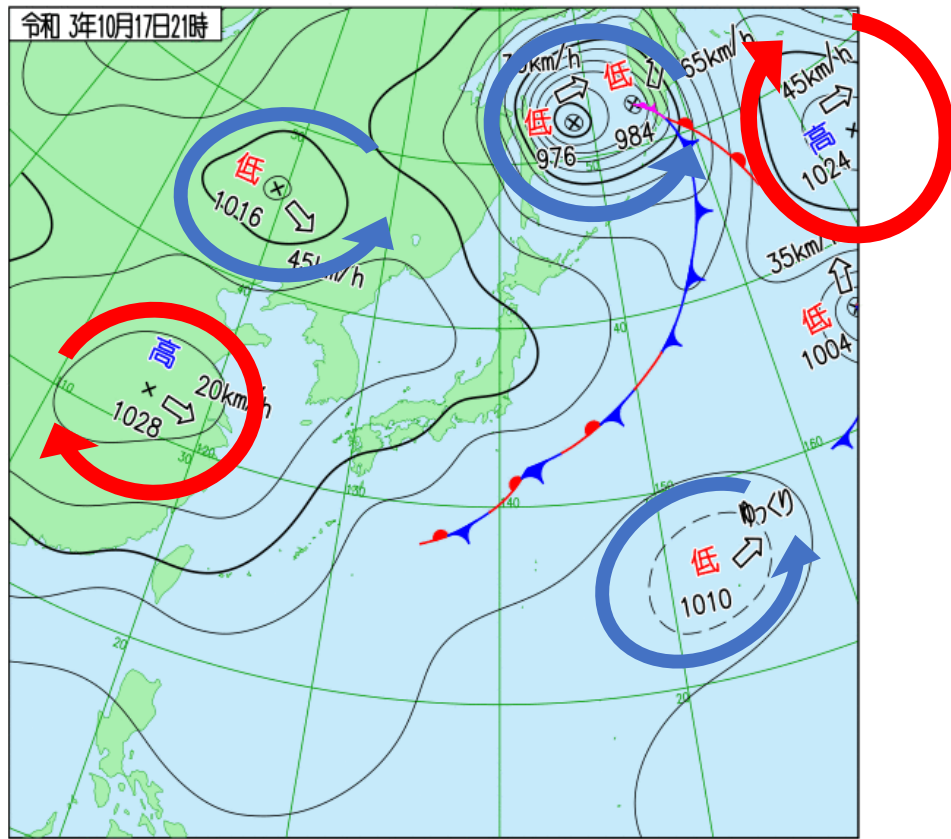


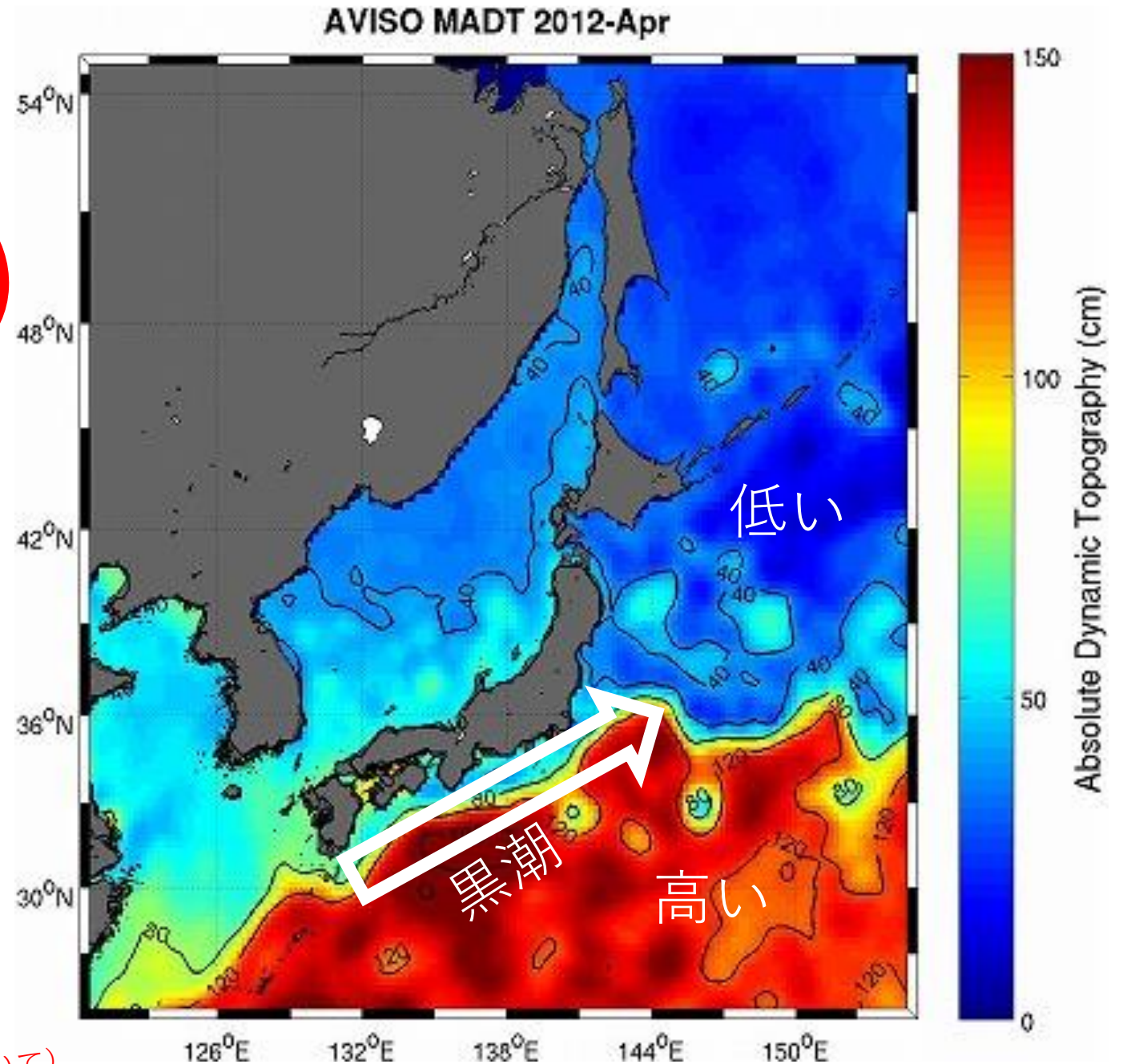
海面高度データから地衡流を求める

考え方は天気図と同じ！



北半球なら流体（大気も海洋も）は
「高い方」を右手に見て流れる

(厳密には地球の回転効果が効いてくる時間スケールにおいて)



ナビエ・ストークスの運動方程式をスケーリング

$$\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + \cancel{(u \cdot \nabla)u} - fv = -g\nabla h + \cancel{\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u} + \cancel{Fx}$$

コリオリ項に対して、各項の大きさを見る。

時間ロスビー数

$$\frac{1}{fT}$$

$$\frac{U}{fL}$$

空間ロスビー数

「荒っぽく言えば、現象の時間スケールが1日より長ければ、時間変化項はコリオリ項より小さい」 北大・見延先生の海と気候の用語集より
http://www.sci.hokudai.ac.jp/~minobe/ocean_climate/ocean_climate3.html#temporal_Rossby_number

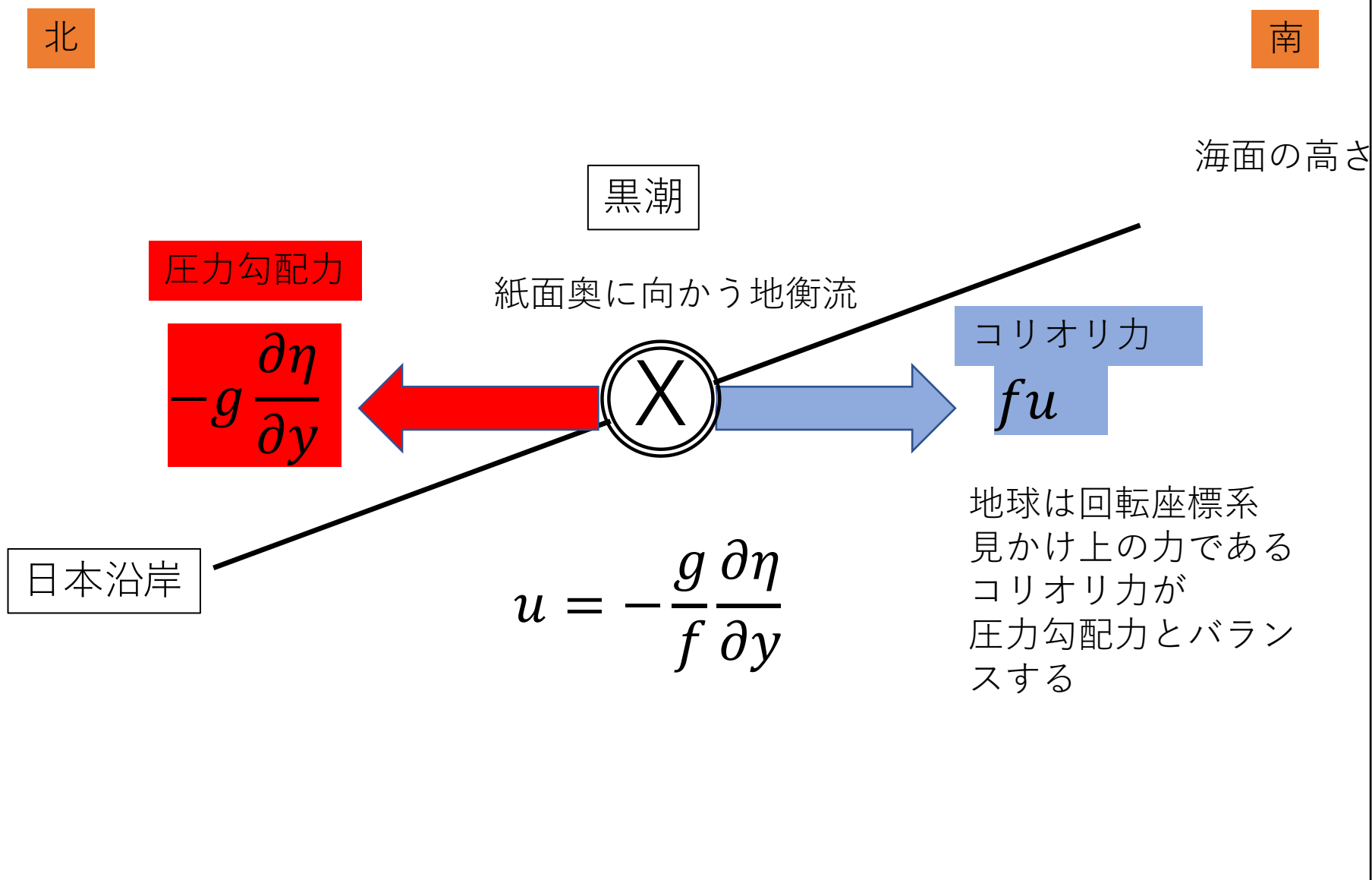
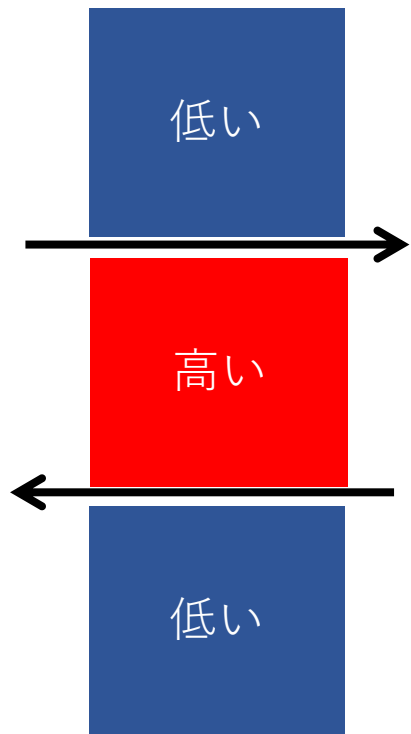
となる場合、非線形項は無視できる。

コリオリ項に対して、局所時間変化項・非線形項が無視できるような場合、左辺のコリオリ項と右辺の圧力勾配項とのバランスで流速が決まる、という地衡流の式に落ち着く。

**海面変位のデータがあれば、地衡流が計算できるということ。
よく使用されるのは海面高度**

断面で見ると・・・

北半球における海面高度と流速の向きとの関係
(宇宙から見たとき)



偏微分をFortranでそのまま扱うことはできない。

そこで「**差分化**」する。

(正しい表現は、「**有限差分近似に置き換える**」)

$$u = -\frac{g \partial \eta}{f \partial y} \approx -\frac{g \Delta \eta}{f \Delta y} = -\frac{\text{重力加速度}}{\text{コリオリパラメータ}} \frac{\text{2点間の海面高度差}}{\text{2点間の距離}}$$

$$= -\frac{\text{重力加速度 } (g)}{\text{コリオリパラメータ } (f)} \frac{\text{2点間の海面高度差 } (\Delta SLA)}{\text{2点間の距離 } (dist)}$$

カッコ内のアルファベットはFortranコード内での変数名
と考えてください

2点間の海面高度差($dadt$)

2点間の距離($dist$)

距離の計算(この方法の場合、距離の単位はkm)

- 1) 緯度・経度を使って以下の式からまず経度方向・緯度方向それぞれの「1度分」の距離 l_x および l_y を求める。

平均緯度 ϕ での緯度の変化 1 度に対する弧の長さ:
$$l_y = \frac{\pi}{180} \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{2}{3}}}$$

平均緯度 ϕ での経度の変化 1 度に対する弧の長さ:
$$l_x = \frac{\pi}{180} \frac{a \cos \phi}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}}$$

地球の半径: $a=6378136$ [m]

離心率: $e^2=0.006694470$

2点間の海面高度差($dadt$)

2点間の距離($dist$)

2) 2点間の緯度、もしくは経度の差を距離 l_x および l_y に掛け合わせることで距離を求める。

例) 2点間の緯度の差が0.5度だった場合 (34.5°Nと34°Nの測点間距離) は、
距離 $dist = 0.5 \times l_y$

同じ色のボックス内は
同じ計算式

混乱しない計算をするには・・・
各ブロックごとにかけて計算する。

平均緯度 ϕ での緯度の変化 1 度に対する弧の長さ: $l_y = \frac{\pi}{180} \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{2}{3}}}$

平均緯度 ϕ での経度の変化 1 度に対する弧の長さ: $l_x = \frac{\pi}{180} \frac{a \cos \phi}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}}$

分母は3分の2乗なのか、2分の1乗なのかの違いだけで、中身は同じ

コリオリパラメータ $f = 2\omega \sin(\phi)$

ここで、 ω は地球の自転角速度 $7.29 * 10^{-5}$

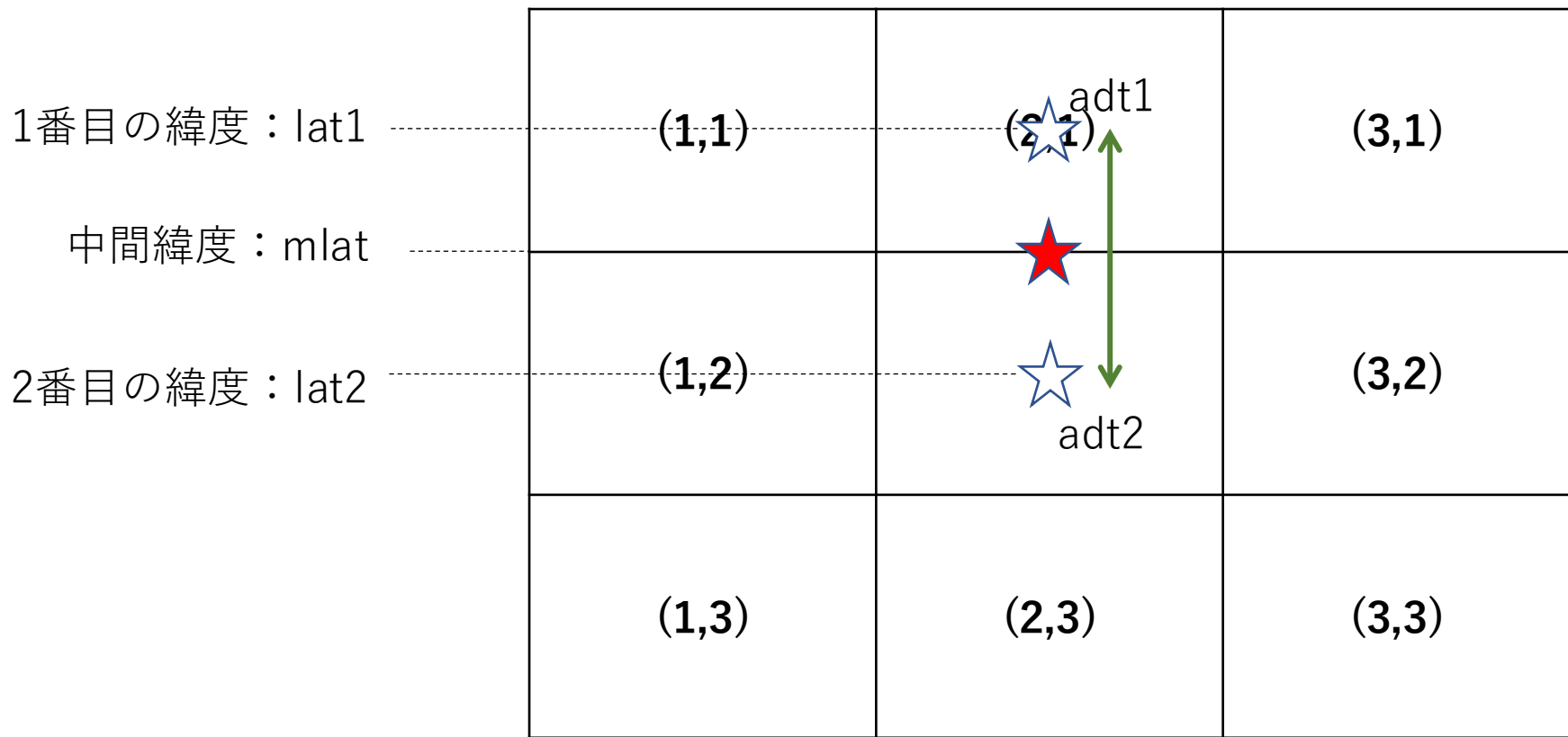
ϕ は2点の間の中間緯度、ただし単位はラジアン

$$360\text{度} = 2\pi \text{ (ラジアン)}$$

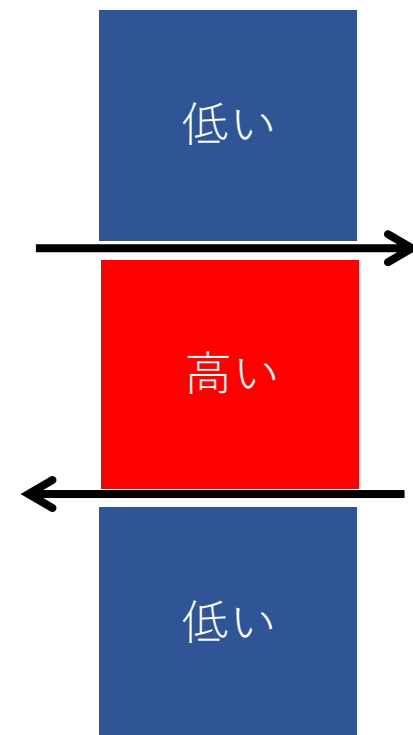
だから緯度の単位を度からラジアンに変換するのは簡単

前方差分バージョン

$$u = -\frac{g \partial \eta}{f \partial y} = -\frac{g}{2\omega \sin(\text{中間緯度 (単位はラジアン)})} \frac{(adt1 - adt2)}{\text{2点間距離}dist}$$



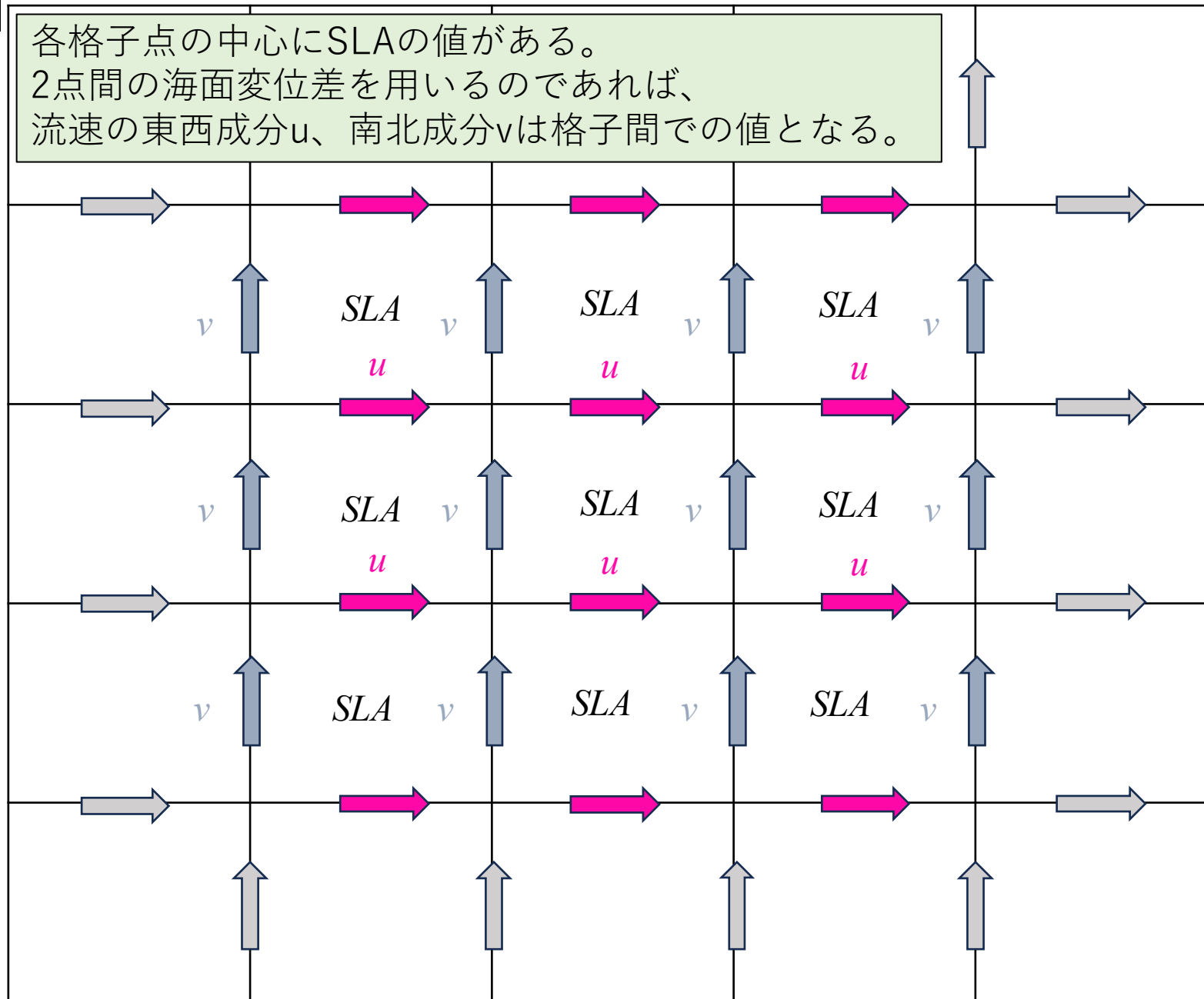
北半球における海面高度と流速の向きとの関係



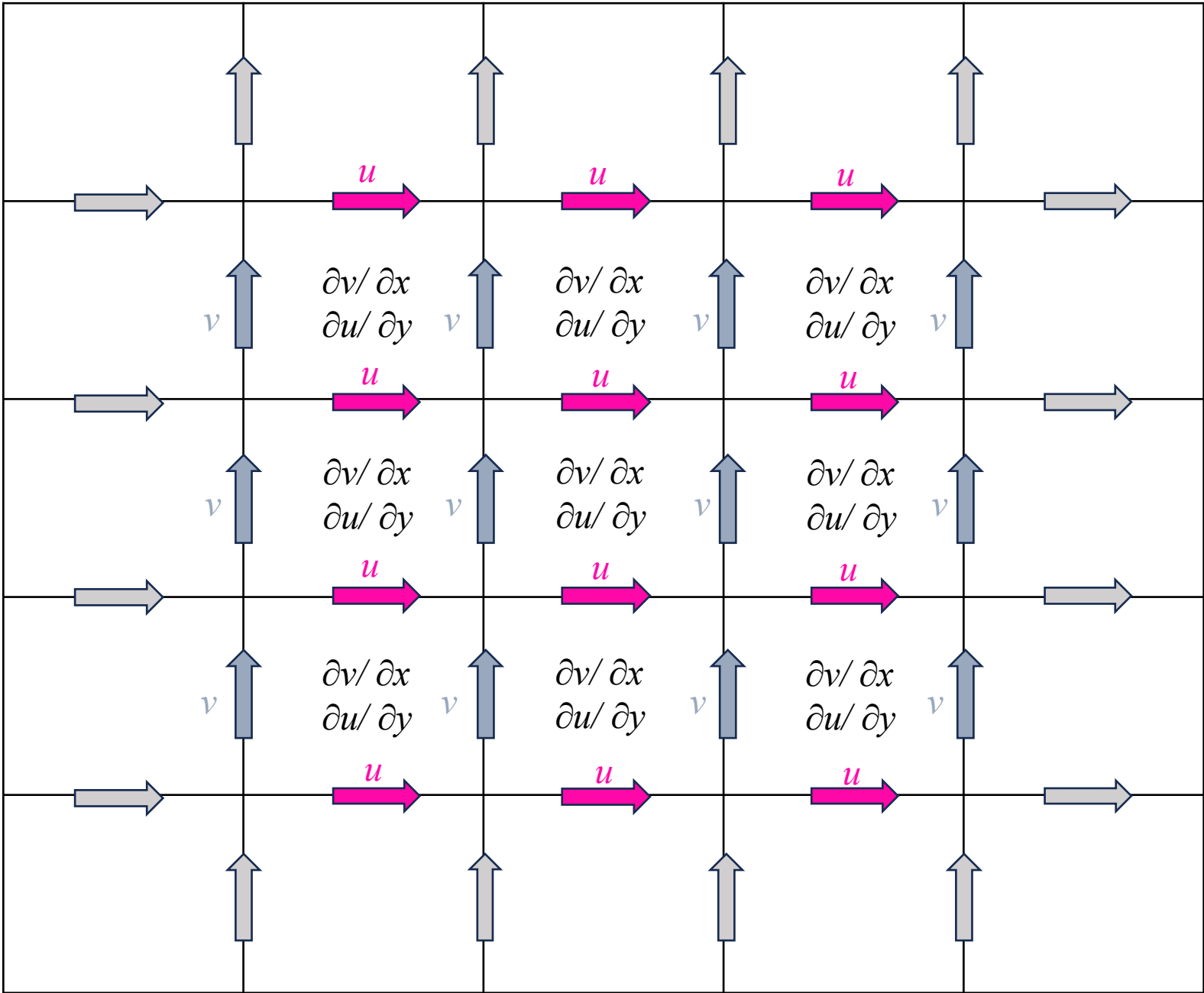
$$\text{2点間距離}dist = \left(\frac{\pi}{180} \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \times (\sin(\text{中間緯度}))^2)^{\frac{2}{3}}} \right) \times \text{abs}(lat1 - lat2)$$

前方差分バージョン

各格子点の中心にSLAの値がある。
2点間の海面変位差を用いるのであれば、
流速の東西成分 u 、南北成分 v は格子間での値となる。



前方差分バージョン

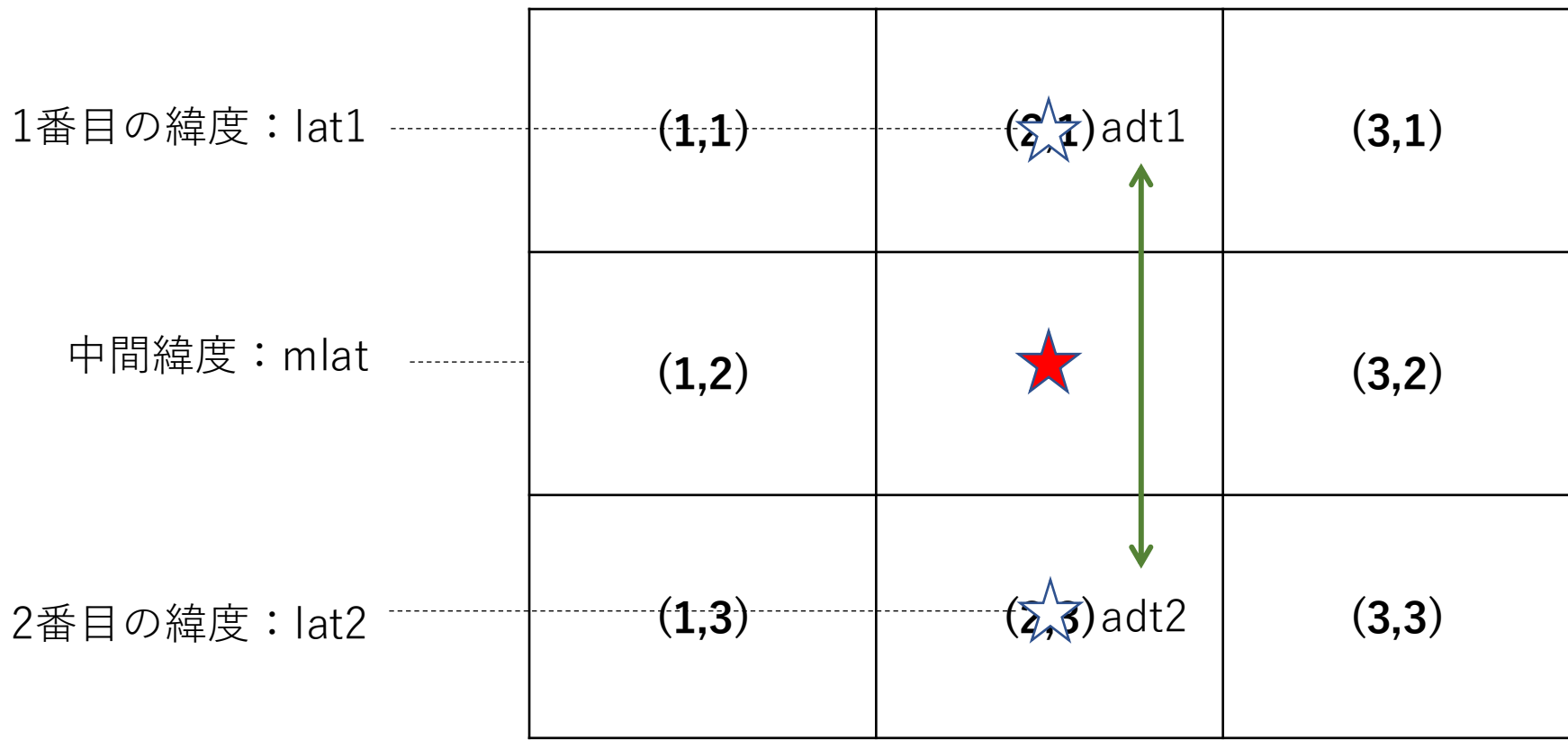


SLA 5x5
 u 5x4
 v 4x5
 $\partial v / \partial x$
 3x3

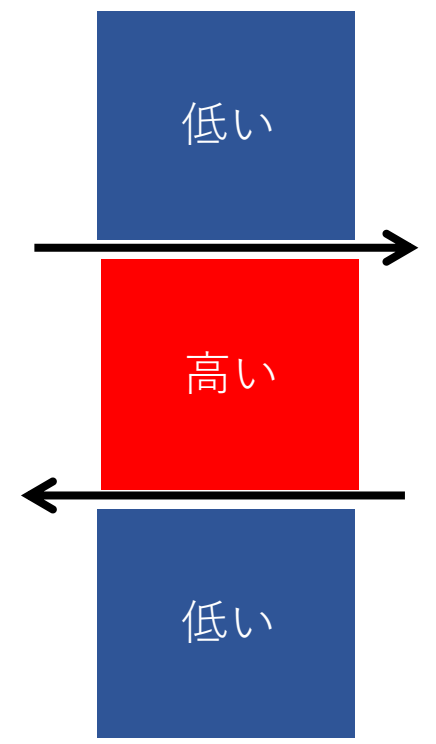
SLA
 360x180
 u
 360x179
 v
 359x180
 $\partial v / \partial x$
 $\partial u / \partial y$
 358x178

中央差分バージョン

$$u = -\frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial y} = -\frac{g}{2\omega \sin(\text{中間緯度 (単位はラジアン)})} \frac{(adt1 - adt2)}{\text{2点間距離}dist}$$



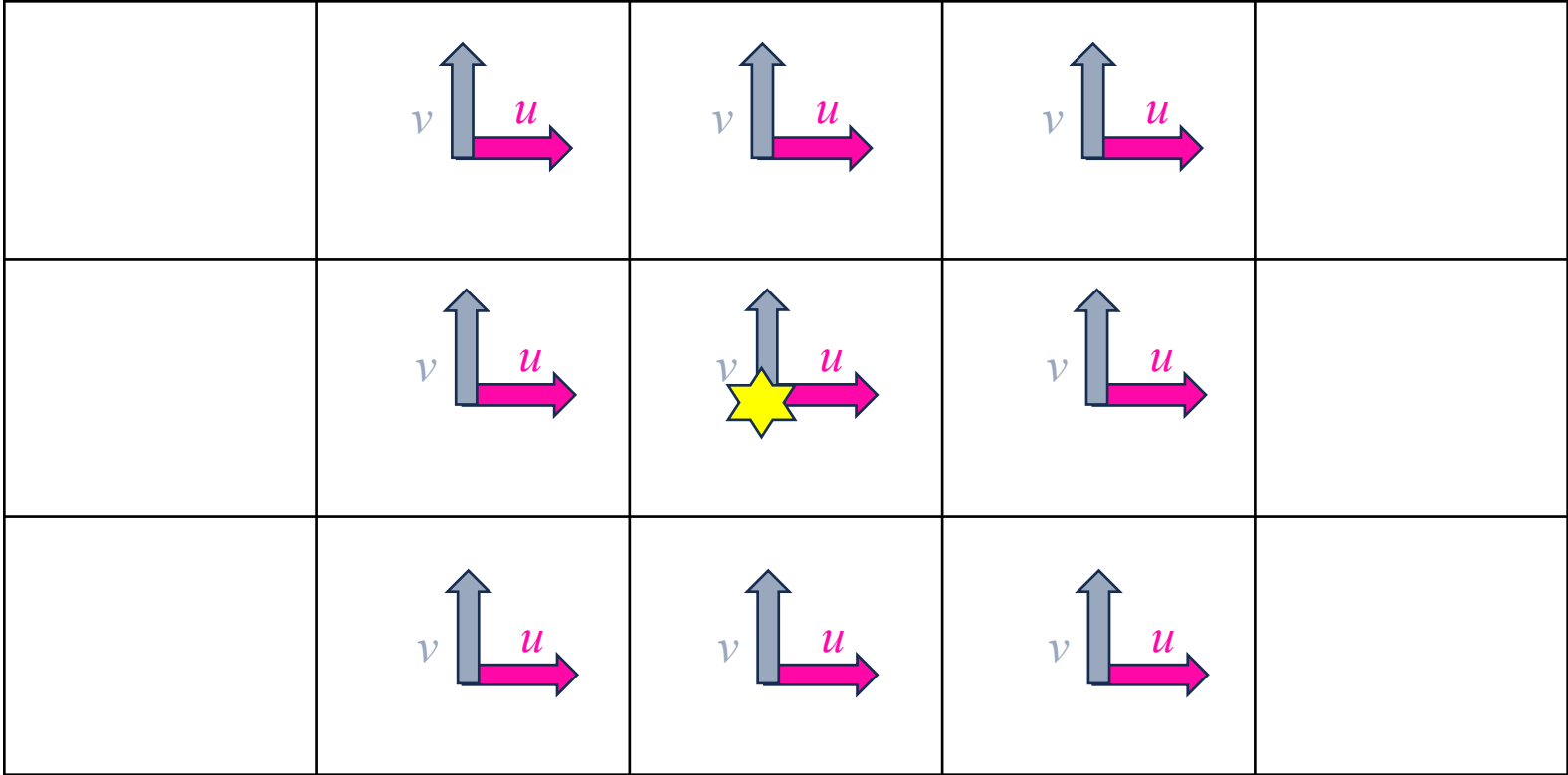
北半球における海面高度と流速の向きとの関係



$$\text{2点間距離}dist = \left(\frac{\pi}{180} \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \times (\sin(\text{中間緯度}))^2)^{\frac{2}{3}}} \right) \times \text{abs}(lat1 - lat2)$$

中央差分バージョン

3点間の海面変位差を用いるのであれば、流速の東西成分u、南北成分vはSLAと同じ座標になる。ただしデータの外側1グリッド分は計算できない



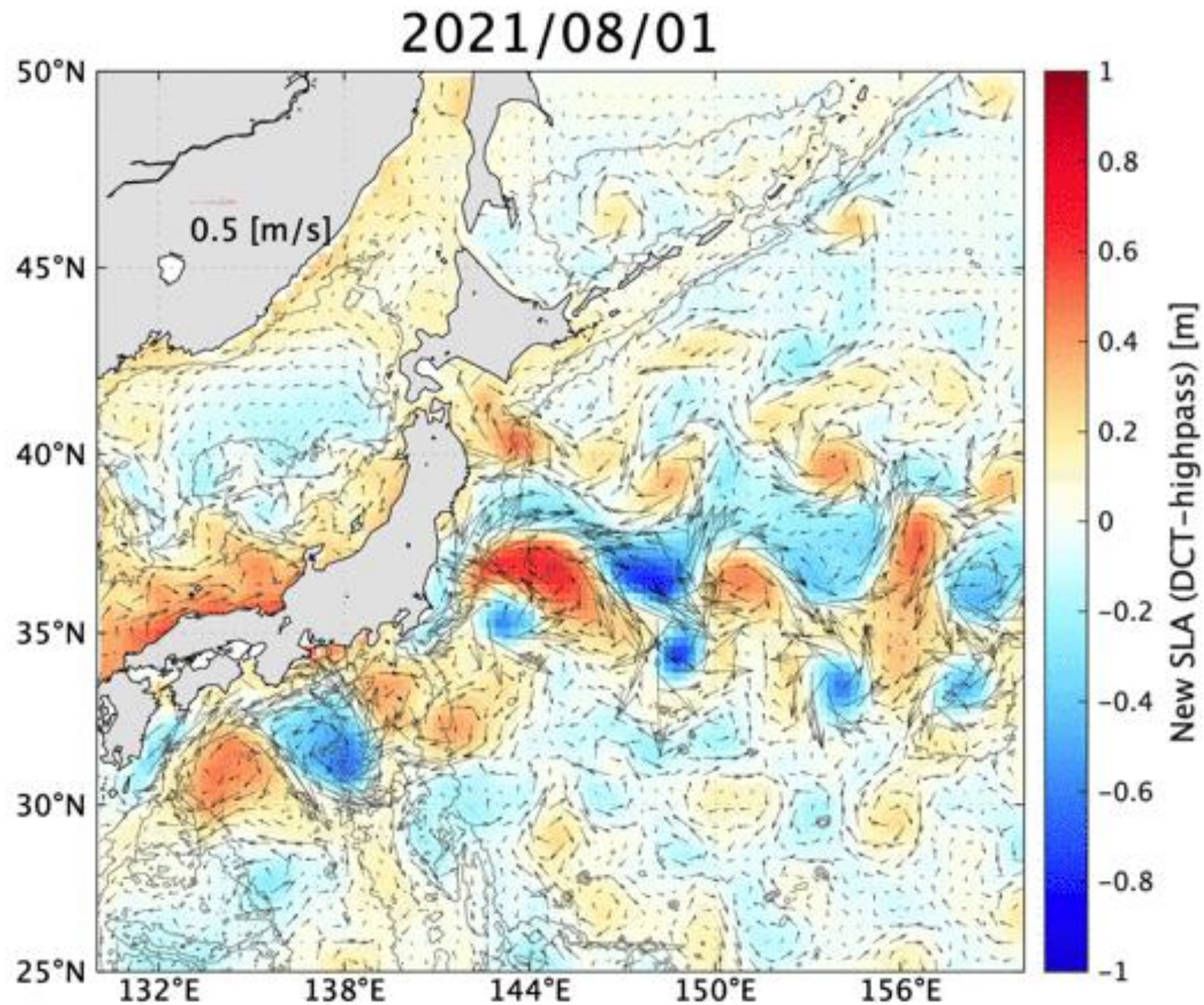
★ は $\partial v / \partial x$ 、 u^2 などを求める座標

SLA 5x5
 u 3x3
 v 3x3
 $\partial v / \partial x$ 1x1

SLA 360x180
 u 358x178
 v 358x178
 $\partial v / \partial x$
 $\partial u / \partial y$ 356x176

海面高度偏差 (SLA) と
SLAから計算した流速

これは汐路丸の大学院実習航海や3年次海洋学実習IIでの観測の背景を説明する際に使用したもの。



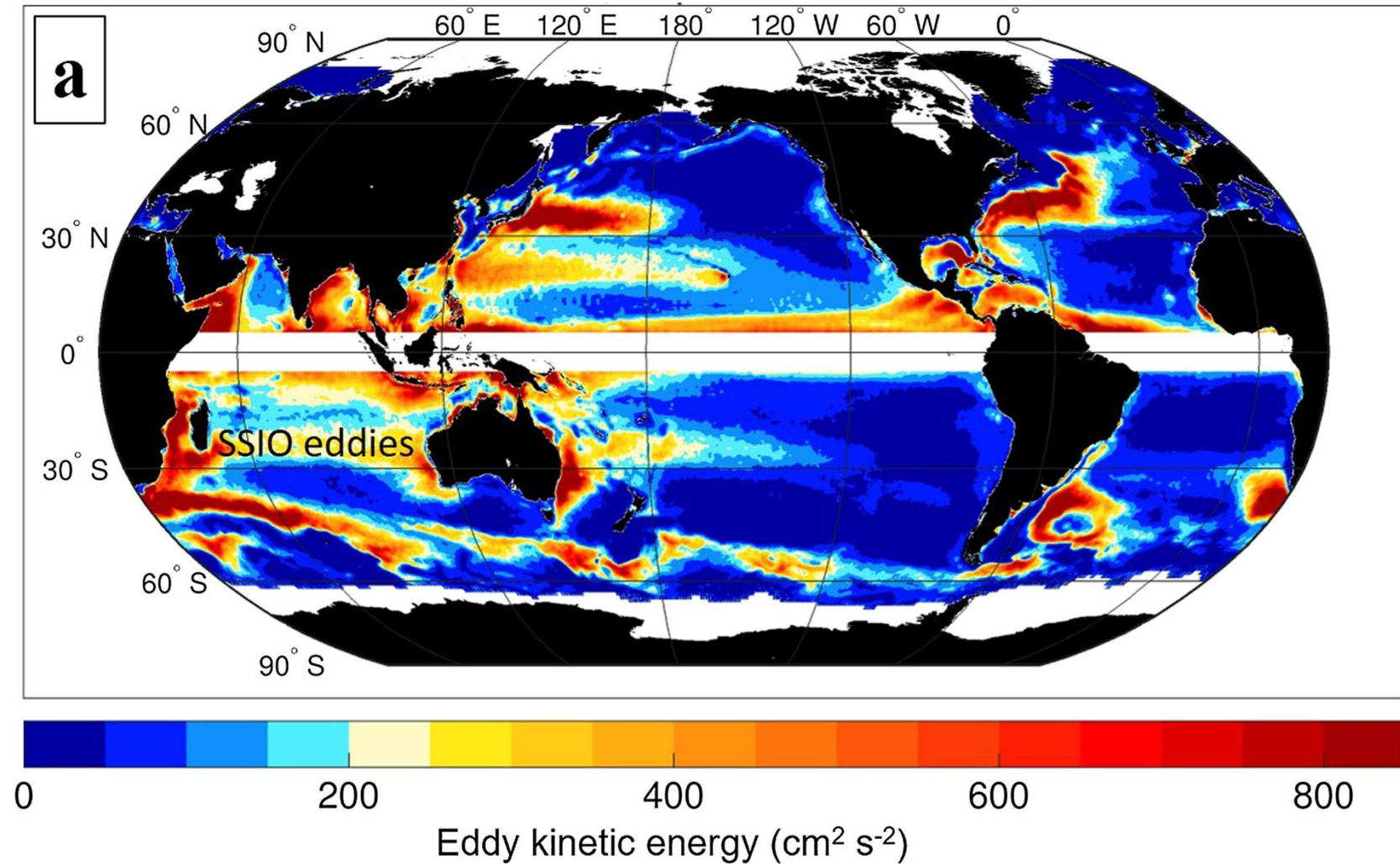
Interannual to Multidecadal Forcing of Mesoscale Eddy Kinetic Energy in the Subtropical Southern Indian Ocean

Andrew S. Delman , Tong Lee, Bo Qiu

First published: 01 November 2018 | <https://doi.org/10.1029/2018JC013945> | Citations: 10

渦運動エネルギー—EKE
 $= 0.5 * \text{sqrt}(u^2 + v^2)$

EKEのグローバルマップの例



Global time mean eddy kinetic energy computed from CLS SSALTO/DUACS gridded dynamic topography data, 1993–2015

地衡流計算におけるチェック項目

- 各グリッド（ピクセル）における緯度・経度情報を計算できるか
- コリオリパラメータを計算できているか
- 2点間の距離を計算できているか
- 単位の換算を間違えていないか①（緯度：度 \Rightarrow ラジアン）
- 単位の換算を間違えていないか②（距離：km \Rightarrow m）
- 前方差分、中央差分で参照しているグリッドを間違えていないか