

# ロボット工学II

東京海洋大学 海洋工学部 海洋電子機械工学科

清水 悦郎

# 講義予定

- 10月 7日 第 1回 ガイダンス, 本講義で用いる数学
- 10月14日 第 2回 運動の解析
- 10月21日 第 3回 運動の解析
- 10月28日 第 4回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月 4日 第 5回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月11日 第 6回 休講 (制御工学演習)
- 11月18日 第 7回 休講 (制御工学演習)
- 11月25日 第 8回 休講 (制御工学演習)
- 12月 2日 第 9回 休講 (制御工学演習)
- 12月 9日 第10回 進学・就職説明会のため休講
- 12月16日 第11回 モーションベースの運動モデルの導出
- 1月13日 第12回 ロボット技術の現状
- 1月20日 第13回 船舶 (水中ロボット) の運動モデル
- 1月27日 第14回 セミアクティブサスペンションの制御
- 2月 3日 第15回 ロボット工学と人間工学



# 講義概要

- 本講義では,ロボット工学 I の講義内容を基に,多関節マニピュレータ,移動ロボット,水中ロボット等を対象として,設計法,解析法,制御法をより具体的に学ぶ.
  - 1) ロボットの設計
  - 2) ロボットの運動解析
  - 3) ロボットの制御系設計
  - 4) 数値シミュレーション



# 本講義で用いる数学(1)

- ベクトル, 行列

$$\vec{a} = [a_1, \dots, a_n]^T, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

- ベクトルの内積

$$\vec{a} = [a_1, \dots, a_n]^T, \quad \vec{b} = [b_1, \dots, b_n]^T$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i$$



# 本講義で用いる数学(2)

- ベクトルの外積

$$\vec{a} = [a_1, a_2, a_3]^T, \quad \vec{b} = [b_1, b_2, b_3]^T$$

$$\begin{aligned}\vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \\ &= (a_2b_3 - a_3b_2)\vec{i} + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{j} \\ &\quad + (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{k} \\ &= \begin{bmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$



# 本講義で用いる数学(3)

- 三角関数関係

$$\sin(\theta_1 \pm \theta_2) = \sin \theta_1 \cos \theta_2 \pm \cos \theta_1 \sin \theta_2$$

$$\cos(\theta_1 \pm \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \mp \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$



# 本講義で用いる数学(4)

- 常微分と偏微分

ここで  $y(t) = f(x_1(t), x_2(t))$   
を考える

という関数

$$\text{偏微分: } \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}$$

$$\text{常微分: } \frac{dy}{dt} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dt}$$



# 講義予定

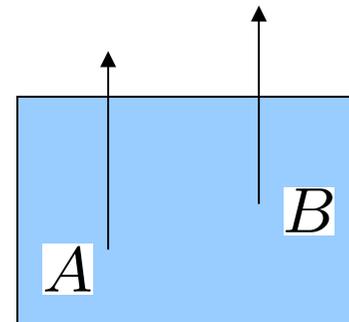
- 10月 7日 第 1回 ガイダンス, 本講義で用いる数学
- 10月14日 第 2回 運動の解析
- 10月21日 第 3回 運動の解析
- 10月28日 第 4回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月 4日 第 5回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月11日 第 6回 休講 (制御工学演習)
- 11月18日 第 7回 休講 (制御工学演習)
- 11月25日 第 8回 休講 (制御工学演習)
- 12月 2日 第 9回 休講 (制御工学演習)
- 12月 9日 第10回 進学・就職説明会のため休講
- 12月16日 第11回 モーションベースの運動モデルの導出
- 1月13日 第12回 ロボット技術の現状
- 1月20日 第13回 船舶 (水中ロボット) の運動モデル
- 1月27日 第14回 セミアクティブサスペンションの制御
- 2月 3日 第15回 ロボット工学と人間工学



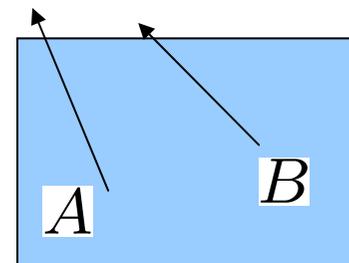
# 運動の解析(1)

## 並進運動と回転運動

- A点とB点の速度ベクトルが同じ(図a), 剛体は並進運動している.
- A点とB点の速度ベクトルが異なる場合(図b), 剛体は回転運動している.



(a)



(b)



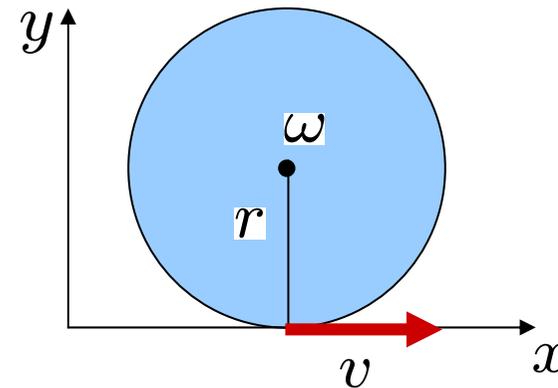
# 運動の解析(2)

## 並進運動と回転運動

- 右図に示すような円盤の回転を考える。
- 角速度 $\omega$ は, 平面と直交する方向に“右ねじ”方向を正として, 定義される。
- 円盤の半径を $r$ とした場合, 円周の速度 $v$ は以下のように定義される。

$$v = r\omega$$

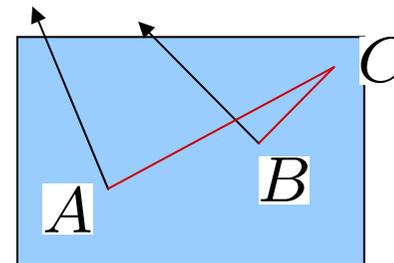
- ベクトル $v$ と $r$ の定義される点から中心へのベクトルは直交する。



# 運動の解析(3)

## 並進運動と回転運動

- 回転運動する剛体の場合, 剛体中の任意の点の速度ベクトルが既知ならば, 回転中心はそれぞれの速度ベクトルから垂線を引き, その垂線が交差する点である.
- もし垂線が一致してしまう場合には, 回転中心は特定できないため(速度ベクトルの大きさが分かっている場合を除く), 別の速度ベクトルを用いる



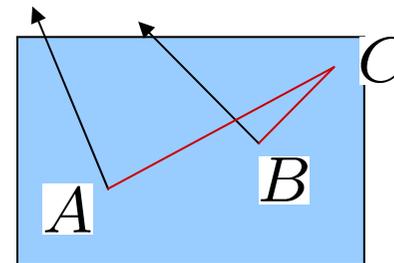
# 運動の解析(4)

## 並進運動と回転運動

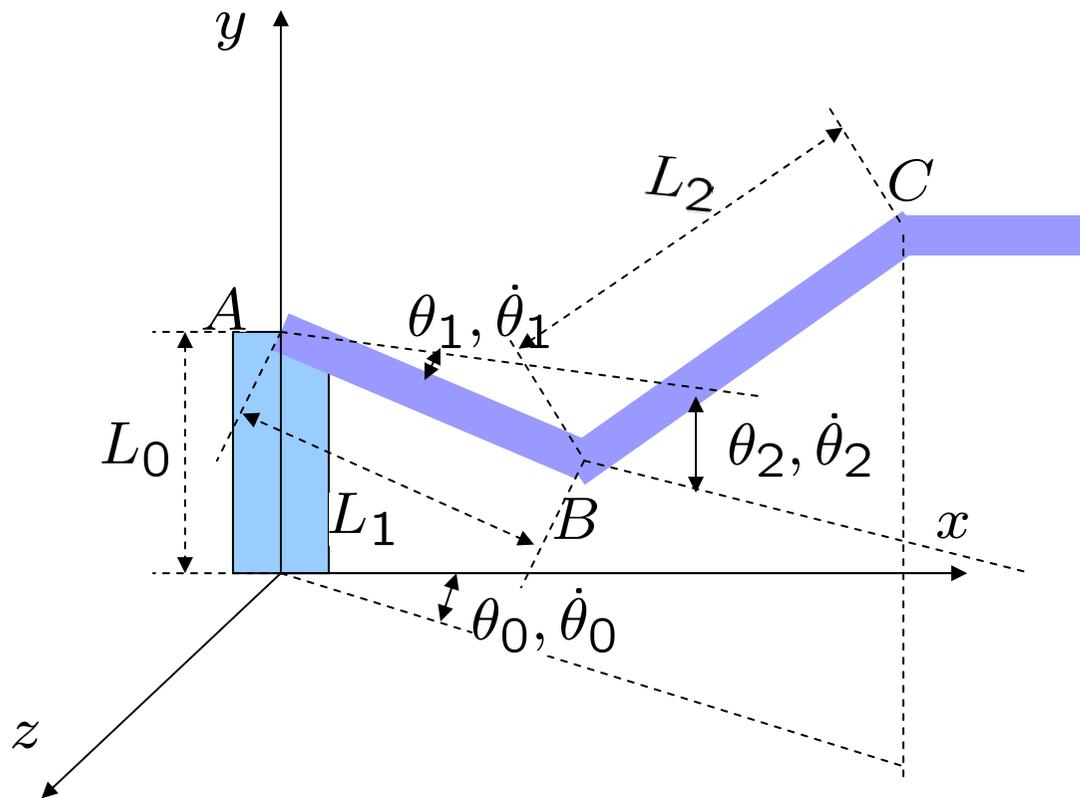
- 角速度の定義より, “外積”を用いることにより, 角速度によって発生する速度ベクトルを求めることができる.

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

- また, 二つのベクトルに直交するベクトルも, “外積”で求めることができる.



# 運動の解析(5)



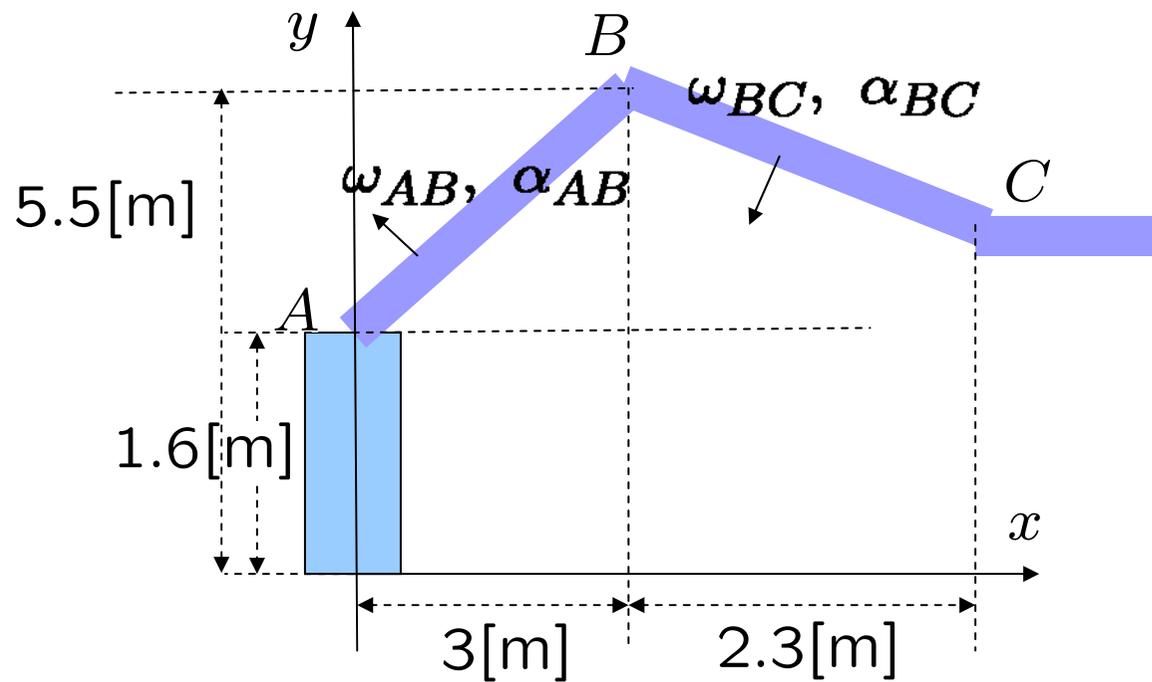
# 講義予定

- 10月 7日 第 1回 ガイダンス, 本講義で用いる数学
- 10月14日 第 2回 運動の解析
- 10月21日 第 3回 運動の解析
- 10月28日 第 4回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月 4日 第 5回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月11日 第 6回 休講 (制御工学演習)
- 11月18日 第 7回 休講 (制御工学演習)
- 11月25日 第 8回 休講 (制御工学演習)
- 12月 2日 第 9回 休講 (制御工学演習)
- 12月 9日 第10回 進学・就職説明会のため休講
- 12月16日 第11回 モーションベースの運動モデルの導出
- 1月13日 第12回 ロボット技術の現状
- 1月20日 第13回 船舶 (水中ロボット) の運動モデル
- 1月27日 第14回 セミアクティブサスペンションの制御
- 2月 3日 第15回 ロボット工学と人間工学



# 運動の解析(6)

6.85, 6.86の問題



# 運動の解析(7) (6.85の回答)

$$\begin{aligned}\vec{a}_B &= \vec{a}_A + \alpha_{AB} \times \vec{r}_{B/A} - \omega_{AB}^2 \vec{r}_{B/A} \\ &= \begin{bmatrix} -19.8 \\ -9.6 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ [m/s}^2\text{]}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{a}_C &= \vec{a}_B + \alpha_{BC} \times \vec{r}_{C/B} - \omega_{BC}^2 \vec{r}_{C/B} \\ &= \begin{bmatrix} -19.8 \\ -9.6 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -4 \\ 2.3 & -0.5 & 0 \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} -2.3 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -24.1 \\ -18.3 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ [m/s}^2\text{]}\end{aligned}$$



# 運動の解析(8) (6.86の回答)

$$\begin{aligned}\vec{v}_C &= \vec{v}_B + \omega_{BC} \times \vec{r}_{C/B} \\ &= \omega_{AB} \times \vec{r}_{B/A} + \omega_{BC} \times \vec{r}_{C/B}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{a}_C &= \vec{a}_B + \alpha_{BC} \times \vec{r}_{C/B} - \omega_{BC}^2 \vec{r}_{C/B} \\ &= \alpha_{AB} \times \vec{r}_{B/A} - \omega_{AB}^2 \vec{r}_{B/A} + \alpha_{BC} \times \vec{r}_{C/B} - \omega_{BC}^2 \vec{r}_{C/B}\end{aligned}$$

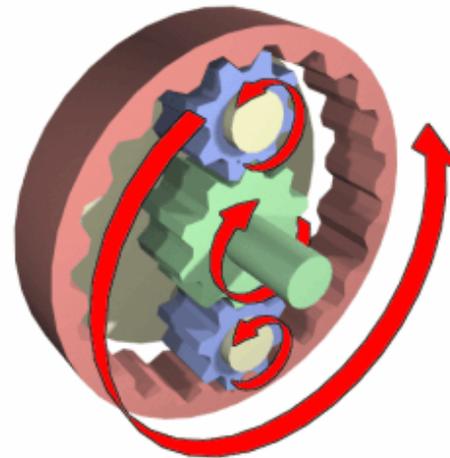
$$\begin{aligned}\Rightarrow \quad \omega_{AB} &= -0.88[\text{rad/s}] \\ \omega_{BC} &= -1.15[\text{rad/s}] \\ \alpha_{AB} &= -1.06[\text{rad/s}^2] \\ \alpha_{BC} &= -2.40[\text{rad/s}^2]\end{aligned}$$



# 運動の解析(6)

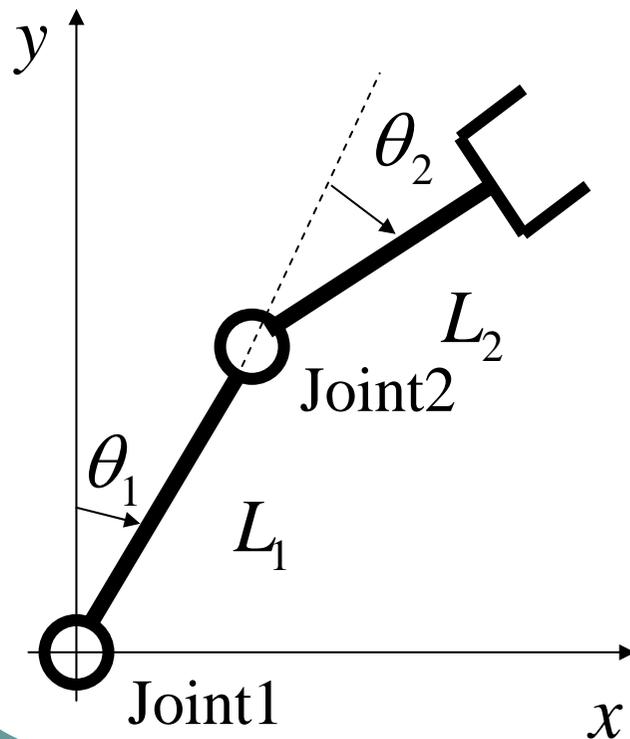
- 例題) 遊星歯車機構の解析

$$n = \frac{2(r_s + r_p)}{r_s}$$



# 運動方程式の導出(1)

ここでは二次元平面内を運動する2LINKマニピュレータを考える



左図のような2LINKマニピュレータを考える. 各リンクの重心までの距離を  $l_1, l_2$ , 質量を  $m_1, m_2$ , 重心点周りの慣性モーメントを  $I_1, I_2$  とした場合の運動方程式を導出せよ



# 運動方程式の導出(2)

Lagrangeの方程式

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau_i$$

を用いて運動方程式を導出する. ただしLはLagrangianとい  
い,

$$\begin{aligned} L &= K(\text{運動エネルギー}) - P(\text{位置エネルギー}) \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - mgy \end{aligned}$$

であり,  $\tau_i$  は各リンクに加えられる力を表す



# 運動方程式の導出(3)

はじめに各リンクの重心の座標を  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  とすると以下のように表すことができる

$$\begin{cases} x_1(t) = l_1 \sin \theta_1(t) \\ y_1(t) = l_1 \cos \theta_1(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2(t) = L_1 \sin \theta_1(t) + l_2 \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ y_2(t) = L_1 \cos \theta_1(t) + l_2 \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \end{cases}$$

それぞれを時刻  $t$  で微分することによって速度を求める



# 運動方程式の導出(4)

各リンクの速度

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\ \dot{y}_1 = -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = L_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \dot{y}_2 = -L_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} v_1 = \sqrt{\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2} = l_1 \dot{\theta}_1 \\ v_2 = \sqrt{\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2} = \sqrt{L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2L_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2} \end{cases}$$



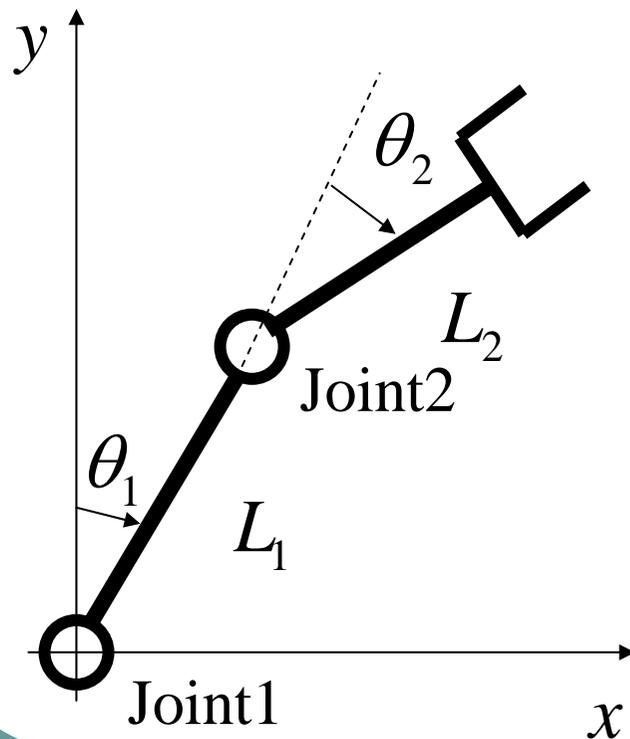
# 講義予定

- 10月 7日 第 1回 ガイダンス, 本講義で用いる数学
- 10月14日 第 2回 運動の解析
- 10月21日 第 3回 運動の解析
- 10月28日 第 4回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月 4日 第 5回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月11日 第 6回 休講 (制御工学演習)
- 11月18日 第 7回 休講 (制御工学演習)
- 11月25日 第 8回 休講 (制御工学演習)
- 12月 2日 第 9回 休講 (制御工学演習)
- 12月 9日 第10回 進学・就職説明会のため休講
- 12月16日 第11回 モーションベースの運動モデルの導出
- 1月13日 第12回 ロボット技術の現状
- 1月20日 第13回 船舶 (水中ロボット) の運動モデル
- 1月27日 第14回 セミアクティブサスペンションの制御
- 2月 3日 第15回 ロボット工学と人間工学



# 運動方程式の導出(1)

ここでは二次元平面内を運動する2LINKマニピュレータを考える



左図のような2LINKマニピュレータを考える. 各リンクの重心までの距離を  $l_1, l_2$ , 質量を  $m_1, m_2$ , 重心点周りの慣性モーメントを  $I_1, I_2$  とした場合の運動方程式を導出せよ



# 運動方程式の導出(2)

Lagrangeの方程式

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau_i$$

を用いて運動方程式を導出する. ただしLはLagrangianとい  
い,

$$\begin{aligned} L &= K(\text{運動エネルギー}) - P(\text{位置エネルギー}) \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - mgy \end{aligned}$$

であり,  $\tau_i$  は各リンクに加えられる力を表す



## 運動方程式の導出(3)

はじめに各リンクの重心の座標を  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  とすると以下のように表すことができる

$$\begin{cases} x_1(t) = l_1 \sin \theta_1(t) \\ y_1(t) = l_1 \cos \theta_1(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2(t) = L_1 \sin \theta_1(t) + l_2 \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ y_2(t) = L_1 \cos \theta_1(t) + l_2 \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \end{cases}$$

それぞれを時刻  $t$  で微分することによって速度を求める



# 運動方程式の導出(4)

各リンクの速度

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\ \dot{y}_1 = -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = L_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \dot{y}_2 = -L_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} v_1 = \sqrt{\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2} = l_1 \dot{\theta}_1 \\ v_2 = \sqrt{\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2} = \sqrt{L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2L_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2} \end{cases}$$



# 運動方程式の導出(5)

運動エネルギーと位置エネルギーを求める

$$K = (\text{並進運動エネルギー}) + (\text{回転運動エネルギー})$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2$$

$$P = m_1 g l_1 \cos \theta_1 + m_2 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$



# 運動方程式の導出(6)

Lagrangianは以下のようになる

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ & + m_2 L_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ & - m_1 g l_1 \cos \theta_1 - m_2 g L_1 \cos \theta_1 - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

これをLagrangeの方程式に代入することにより2LINKマニピュレータの運動方程式を求めることが出来る



# 運動方程式の導出(7)

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = \dots, \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = \dots$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \dots, \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \dots$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \dots, \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \dots$$



# 運動方程式の導出(8)

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} &= m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1 + m_2 L_1^2 \dot{\theta}_1 + m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ &\quad + m_2 L_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + I_1 \dot{\theta}_1 + I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} &= m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + m_2 L_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 + I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L &= \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &\quad + m_2 L_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &\quad - m_1 g l_1 \cos \theta_1 - m_2 g L_1 \cos \theta_1 - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$



# 運動方程式の導出(9)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} &= m_1 l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 L_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + I_1 \ddot{\theta}_1 + I_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ &\quad + m_2 L_1 l_2 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos \theta_2 - m_2 L_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) \sin \theta_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} &= m_2 l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + I_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ &\quad + m_2 L_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - m_2 L_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &\quad + m_2 L_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &\quad - m_1 g l_1 \cos \theta_1 - m_2 g L_1 \cos \theta_1 - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$



# 運動方程式の導出(10)

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = m_1 g l_1 \sin \theta_1 + m_2 g L_1 \sin \theta_1 + m_2 g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -m_2 L_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 + m_2 g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ & + m_2 L_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ & - m_1 g l_1 \cos \theta_1 - m_2 g L_1 \cos \theta_1 - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$



# 運動方程式の導出(11)

運動方程式は以下のようになる

$$\begin{aligned} & (I_1 + I_2 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 L_1 l_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 \\ & + (I_2 + m_2 l_2^2 + m_2 L_1 l_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) \sin \theta_2 \\ & - m_1 g l_1 \sin \theta_1 - m_2 g L_1 \sin \theta_1 - m_2 g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = \tau_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (I_2 + m_2 l_2^2 + m_2 L_1 l_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (I_2 + m_2 l_2^2) \ddot{\theta}_2 \\ & + m_2 L_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 - m_2 g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = \tau_2 \end{aligned}$$



# 運動方程式の導出(12)

運動方程式をシンプルに表現するために以下のようにベクトルを定義する

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

上記のベクトルをもちいて運動方程式を以下のように書き換える

$$J(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = u$$



# 運動方程式の導出(13)

ただし各行列は以下の通りである

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 L_1 l_2 \cos \theta_2 & I_2 + m_2 l_2^2 + m_2 L_1 l_2 \cos \theta_2 \\ I_2 + m_2 l_2^2 + m_2 L_1 l_2 \cos \theta_2 & I_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -m_2 L_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) \sin \theta_2 \\ m_2 L_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} -m_1 g l_1 \sin \theta_1 - m_2 g L_1 \sin \theta_1 - m_2 g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -m_2 g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$



# 運動方程式の線形近似(1)

Manipulatorの運動方程式

$$J(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = u$$

この運動方程式を原点

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

の近傍にて線形近似(一次近似)する



# 運動方程式の線形近似(2)

関数  $f(x, y)$  の  $x = x_0, y = y_0$  近傍での Taylor 展開

$$\begin{aligned} f(x, y)|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} &= f(x_0, y_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}(y - y_0) \\ &+ \frac{1}{2!} \cdot \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2}(x - x_0)^2 + \frac{2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x \partial y}(x - x_0)(y - y_0) \\ &+ \frac{1}{2!} \cdot \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial y^2}(y - y_0)^2 + \dots \end{aligned}$$



## 運動方程式の線形近似(3)

$$J(\theta) \approx J(0) + \frac{\partial J(0)}{\partial \theta_1} \theta_1 + \frac{\partial J(0)}{\partial \theta_2} \theta_2 + \dots$$

$$C(\theta, \dot{\theta}) \approx C(0,0) + \frac{\partial C(0,0)}{\partial \theta_1} \theta_1 + \frac{\partial C(0,0)}{\partial \theta_2} \theta_2 \\ + \frac{\partial C(0,0)}{\partial \dot{\theta}_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial C(0,0)}{\partial \dot{\theta}_2} \dot{\theta}_2 + \dots$$

$$G(\theta) \approx G(0) + \frac{\partial G(0)}{\partial \theta_1} \theta_1 + \frac{\partial G(0)}{\partial \theta_2} \theta_2 + \dots$$



# 運動方程式の線形近似(4)

Manipulatorの運動方程式の線形近似

$$J_0 \ddot{\theta} + G_0 \theta = u$$

ただし  $J_0, G_0$  は以下の定数行列である

$$J_0 = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 L_1 l_2 & I_2 + m_2 l_2^2 + m_2 L_1 l_2 \\ I_2 + m_2 l_2^2 + m_2 L_1 l_2 & I_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

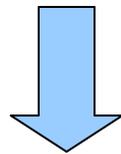
$$G_0 = \begin{bmatrix} -m_1 g l_1 - m_2 g L_1 - m_2 g l_2 & -m_2 g l_2 \\ -m_2 g l_2 & -m_2 g l_2 \end{bmatrix}$$



# 運動方程式の線形近似(5)

Manipulatorの運動方程式の線形近似

$$J_0 \ddot{\theta} + G_0 \theta = u$$



線形運動方程式が求められれば

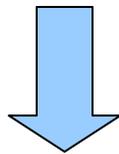
**線形制御理論**を適用することが出来る！！



# 運動方程式の線形近似(5)

Manipulatorの運動方程式の線形近似

$$J_0\ddot{\theta} + G_0\theta = u$$



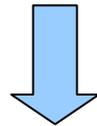
線形運動方程式が求められれば

**線形制御理論**を適用することが出来る！！



# ロボットの線形制御(1)

線形近似した1 link Manipulatorの運動方程式を基に目的の動作をさせるための制御入力を求める



まず、システムの安定化が必要

$$u = u_1 - k_1\theta - k_2\dot{\theta}$$

という入力  $u$  を加えてシステムを安定化する

$$J_0\ddot{\theta} + k_2\dot{\theta} + (G_0 + k_1)\theta = u_1$$



# ロボットの線形制御(2)

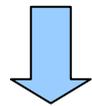
安定とは？

→ 時間が経過するとある一定の状態内に収まること

$$J_0\ddot{\theta} + k_2\dot{\theta} + (G_0 + k_1)\theta = u_1$$

微分方程式をラプラス変換すると

$$J_0s^2\Theta + k_2s\Theta + (G_0 + k_1)\Theta = U_1$$



$$\Theta = \frac{1}{J_0s^2 + k_2s + (G_0 + k_1)}U_1$$



## ロボットの線形制御(3)

$$\Theta = \frac{1}{J_0 s^2 + k_2 s + (G_0 + k_1)} U_1$$
$$= \left( \frac{b_1}{s + a_1} + \frac{b_2}{s + a_2} \right) \frac{U_1}{J_0}$$

よってラプラス逆変換を行うと

$$\theta(t) = \frac{U_1}{J_0} (b_1 e^{-a_1 t} + b_2 e^{-a_2 t})$$

$a_1, a_2 > 0, u_1 \neq \infty$  であるならば安定となる

→  $a_1, a_2 > 0$  となるように  $k_1, k_2$  を選ぶ

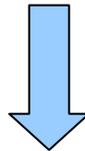


# ロボットの線形制御(4)

安定化されたシステム

$$J_0 \ddot{\theta} + k_2 \dot{\theta} + (G_0 + k_1) \theta = u_1$$

目的の動作が決まっているのであれば, 目標となるロボットの動きを数式で表現できる



目標となる各関節の角度を  $\theta_m, \dot{\theta}_m, \ddot{\theta}_m$  とすると

$$J_0 \ddot{\theta}_m + k_2 \dot{\theta}_m + (G_0 + k_1) \theta_m = 0$$



## ロボットの線形制御 (5)

$$u_1 = J_0 \ddot{\theta}_m + k_2 \dot{\theta}_m + (G_0 + k_1) \theta_m \quad \text{とすると}$$

$$J_0 (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_m) + k_2 (\dot{\theta} - \dot{\theta}_m) + (G_0 + k_1) (\theta - \theta_m) = 0$$

$$E = \theta - \theta_m \quad \text{とおくと}$$

$$J_0 \ddot{E} + k_2 \dot{E} + (G_0 + k_1) E = 0$$

$E$  は安定であるから  $0$  となる

$$\therefore \theta = \theta_m$$



# ロボットの線形制御(6)

つまり以下のような入力

$$u = J_0 \ddot{\theta}_m + k_2 \dot{\theta}_m + (G_0 + k_1) \theta_m - k_1 \theta - k_2 \dot{\theta}$$

を加えることにより目標値追従制御できると考えられる



# ロボットの線形制御(7)

ゲイン  $k_1, k_2$  の選び方の例

$$J_0 s^2 + k_2 s + (G_0 + k_1) = J_0 (s + a_1)(s + a_2) = 0$$

$a_1, a_2 > 0$  となればシステムを安定化できるので、先に

$a_1, a_2$  を決める

後は展開して係数比較により  $k_1, k_2$  を決定する

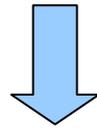
$$\begin{aligned} J_0 (s + a_1)(s + a_2) &= J_0 s^2 + J_0 (a_1 + a_2) s + J_0 a_1 a_2 \\ &= J_0 s^2 + k_2 s + (G_0 + k_1) \end{aligned}$$

$$\therefore k_1 = J_0 a_1 a_2 - G_0, k_2 = J_0 (a_1 + a_2)$$



# ロボットの非線形制御(1)

線形近似により求めた制御入力で満足な制御性能が得られない場合には？



非線形制御を考える必要がある

$$J(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = u$$



## ロボットの非線形制御(2)

以下の入力を加える

$$u = u_1 + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta)$$

するとシステムの運動は以下の式で表すことができる

$$J(\theta)\ddot{\theta} = u_1$$

さらに以下の入力を加えることを考える

$$u_1 = J(\theta)(-k_1\dot{\theta} - k_2\theta + u_2)$$



## ロボットの非線形制御(3)

$$J(\theta)(\ddot{\theta} + k_1\dot{\theta} + k_2\theta) = J(\theta)u_2$$

最後に $\theta$ の目標値を $\theta_m$ として以下の入力を加える

$$u_2 = \ddot{\theta}_m + k_1\dot{\theta}_m + k_2\theta_m$$

するとシステムは以下の運動方程式に従って動くことになる

$$J(\theta)((\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_m) + k_1(\dot{\theta} - \dot{\theta}_m) + k_2(\theta - \theta_m)) = 0$$

$$\therefore J(\theta)(\ddot{E} + k_1\dot{E} + k_2E) = 0$$



## ロボットの非線形制御(4)

つまり線形制御の場合と同様に

$$\ddot{E} + k_1 \dot{E} + k_2 E = 0$$

が安定となるように $k_1, k_2$ を選べば入力

$$u = C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \\ + J(\theta) \left( \ddot{\theta}_m + k_1 (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}) - k_2 (\theta_m - \theta) \right)$$

によって目標値追従制御は達成できる

なお, 目標値は, 逆運動学や教示により与えられる



# 講義予定

- 10月 7日 第 1回 ガイダンス, 本講義で用いる数学
- 10月14日 第 2回 運動の解析
- 10月21日 第 3回 運動の解析
- 10月28日 第 4回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月 4日 第 5回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月11日 第 6回 休講 (制御工学演習)
- 11月18日 第 7回 休講 (制御工学演習)
- 11月25日 第 8回 休講 (制御工学演習)
- 12月 2日 第 9回 休講 (制御工学演習)
- 12月 9日 第10回 進学・就職説明会のため休講
- 12月16日 第11回 モーションベースの運動モデルの導出
- 1月13日 第12回 ロボット技術の現状
- 1月20日 第13回 船舶 (水中ロボット) の運動モデル
- 1月27日 第14回 セミアクティブサスペンションの制御
- 2月 3日 第15回 ロボット工学と人間工学



# スチュアート型プラットフォームの場合

- プラットフォームの位置が決定した場合,リンクの長さを求めること(逆運動学)は簡単
- 順運動学は難しい



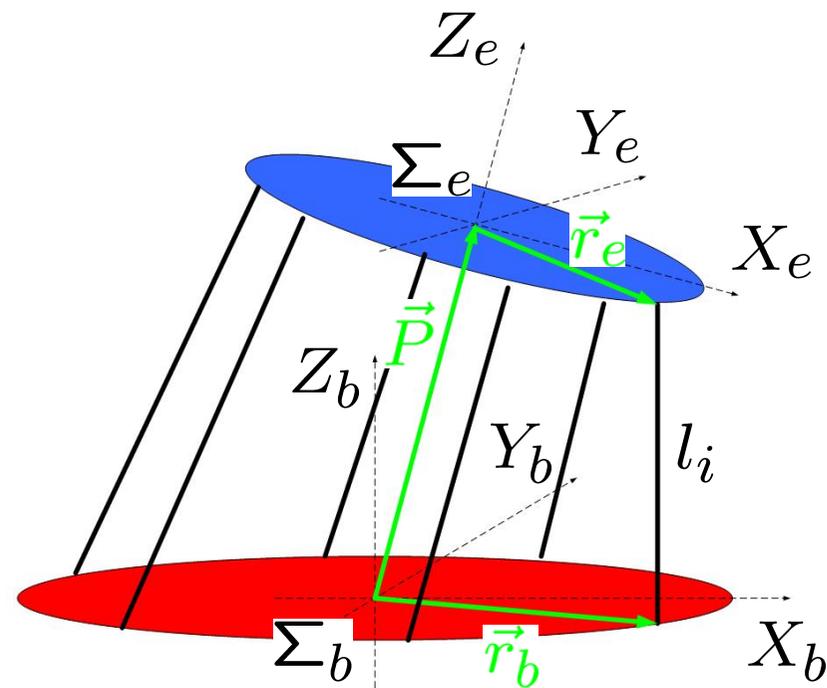
# スチュアート型プラットフォームの 動作例



# 運動モデルの導出(1)

- 上部 (End plate), 下部 (Base plate) のプラットフォーム上における足の位置を, それぞれの座標系  $\Sigma_e$ ,  $\Sigma_b$  で定義する ( $\vec{r}_e$ ,  $\vec{r}_b$ )
- Base plate からみた End plate の位置座標が  $\vec{P}$  で表されるとする
- End plate の座標系を Base plate の座標系に回転変換する回転行列を  $R$  とする
- 足の長さ " $l_i$ " をベクトルとして表すと以下のようなになる

$$\vec{l}_i = R\vec{r}_{ei} + \vec{P} - \vec{r}_{bi}$$



# 運動モデルの導出(2)

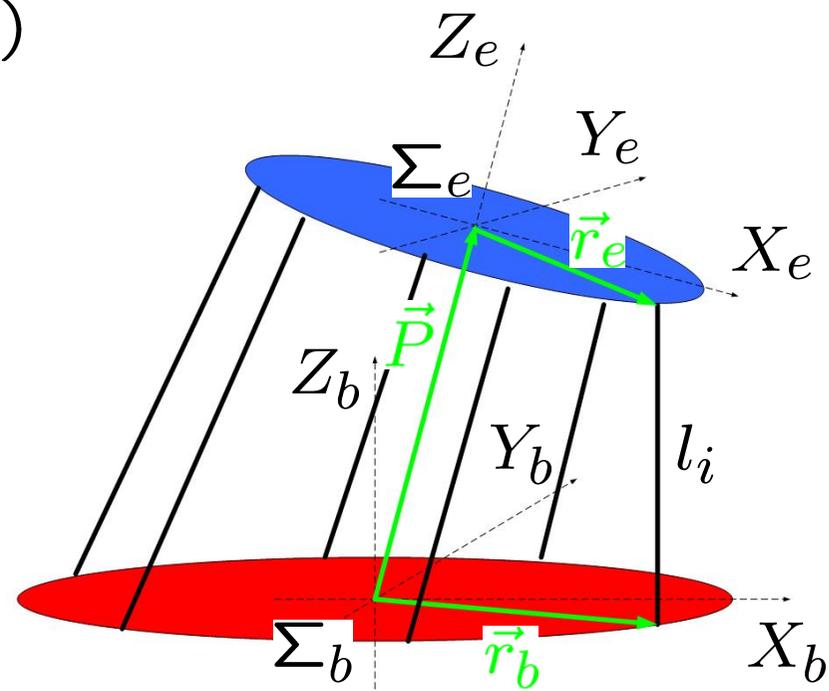
- 回転行列  $R$

$$R = R(z, \psi)R(y, \theta)R(x, \phi)$$

$$R(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$R(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# 運動モデルの導出(3)

- 回転行列  $R$

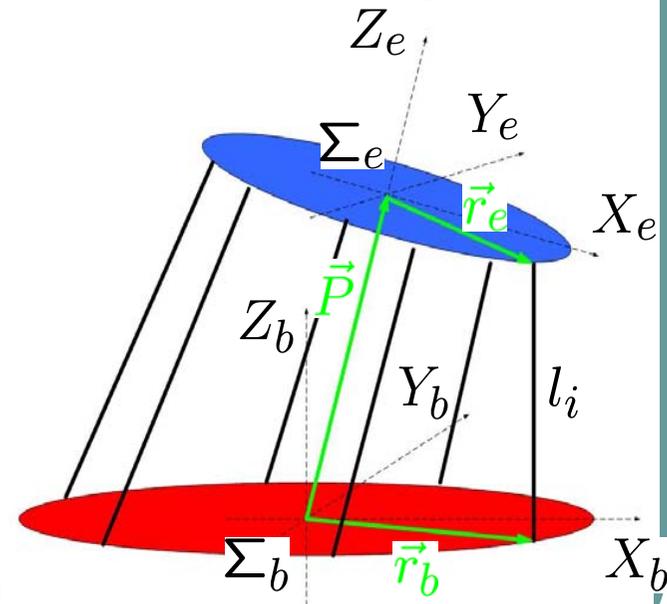
$$R(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}$$

- 位置ベクトル

$$\vec{r}_{ei} = \begin{bmatrix} r_e \cos \delta_{ei} \\ r_e \sin \delta_{ei} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{P} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{bi} = \begin{bmatrix} r_b \cos \delta_{bi} \\ r_b \sin \delta_{bi} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ただし  $\delta_{\{b,e\}i}$  は  $X_{\{b,e\}}$  軸からの角度を表す



# 運動モデルの導出(4)

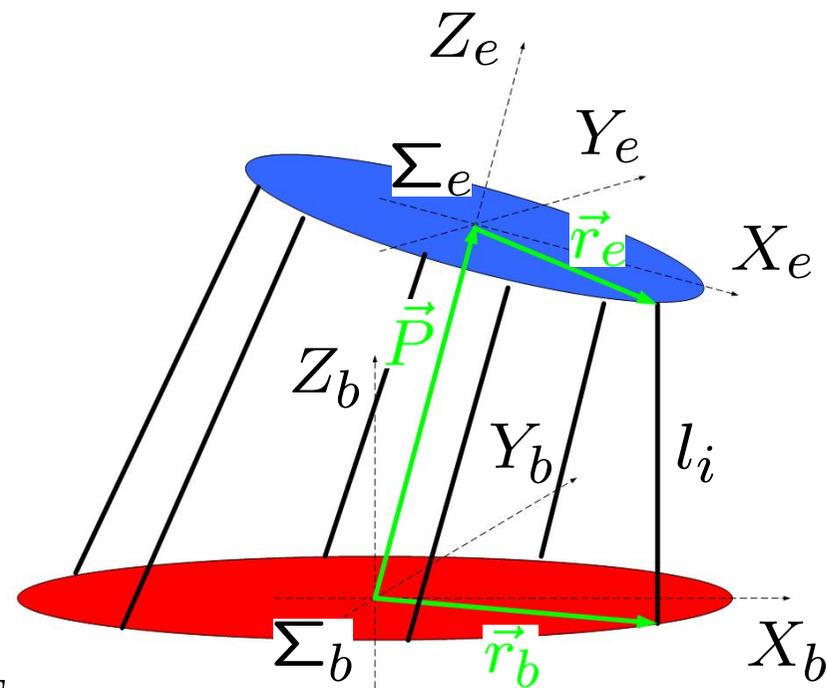
- 足の位置ベクトル

$$\begin{aligned}\vec{l}_i &= \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \end{bmatrix} \\ &= R(\phi, \theta, \psi) \vec{r}_e \\ &\quad + \vec{P}(p_x, p_y, p_z) - \vec{r}_b\end{aligned}$$

- 足の長さ

$$\begin{aligned}|\vec{l}_i| &= \sqrt{l_{ix}^2 + l_{iy}^2 + l_{iz}^2} \\ &= f_i(\Theta)\end{aligned}$$

$$\Theta = [p_x \ p_y \ p_z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$$



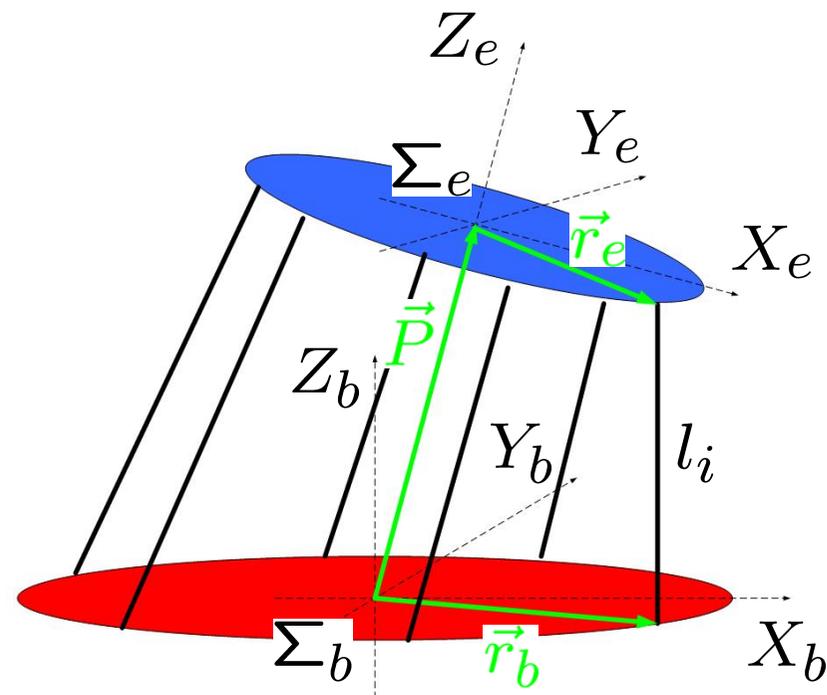
# 運動モデルの導出(5)

- 足の長さに関する式

$$\begin{aligned} |\vec{l}_i| &= \sqrt{l_{ix}^2 + l_{iy}^2 + l_{iz}^2} \\ &= f_i(\Theta) \end{aligned}$$

より, 右図のようなリンク機構の場合, 逆運動学は簡単に解くことができるが, 順運動学は解くことが難しい

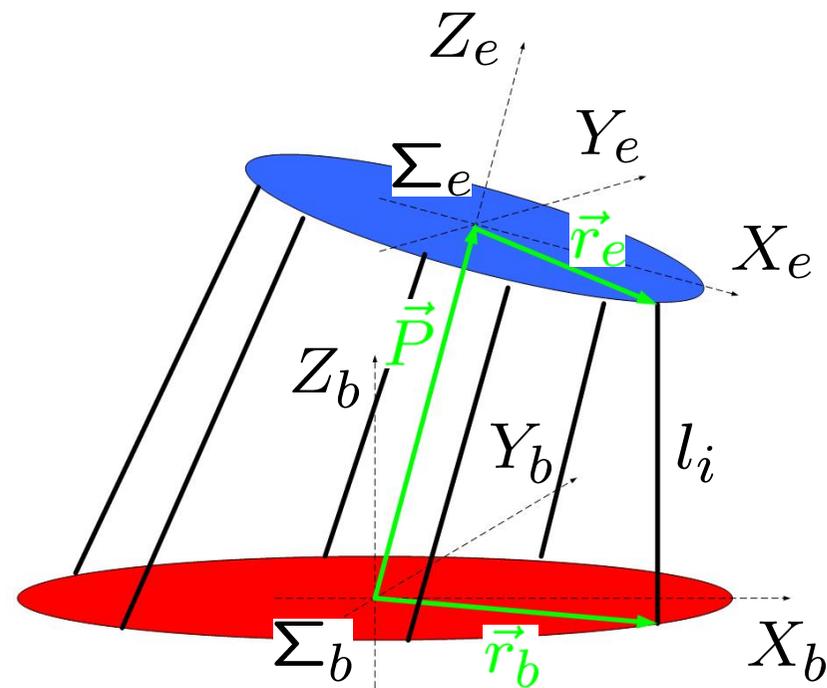
- 足が6本の場合には, 以下に示すような方法がある



# 運動モデルの導出(6)

- 足ベクトル(6本足の場合)

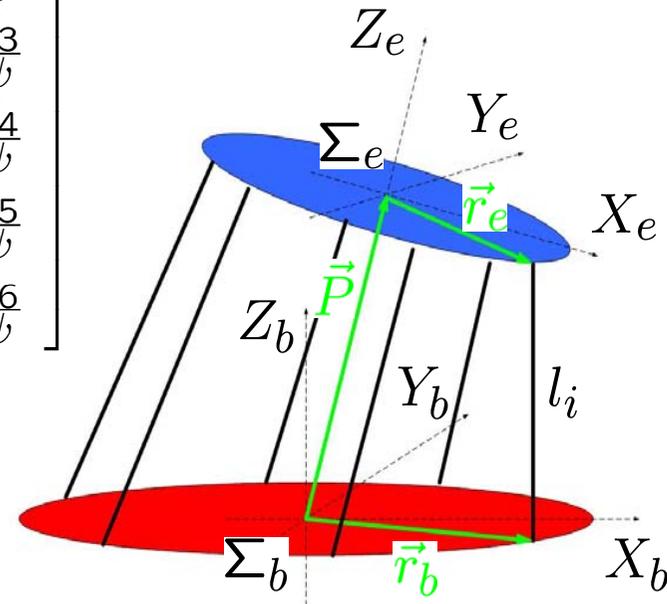
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} l_1(\Theta) \\ l_2(\Theta) \\ l_3(\Theta) \\ l_4(\Theta) \\ l_5(\Theta) \\ l_6(\Theta) \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_1(\Theta) \\ f_2(\Theta) \\ f_3(\Theta) \\ f_4(\Theta) \\ f_5(\Theta) \\ f_6(\Theta) \end{bmatrix} = J(\Theta) \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$



# 運動モデルの導出(7)

- ヤコビアン  $J(\Theta)$

$$J(\Theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial p_x} & \frac{\partial f_1}{\partial p_y} & \frac{\partial f_1}{\partial p_z} & \frac{\partial f_1}{\partial \phi} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta} & \frac{\partial f_1}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_2}{\partial p_x} & \frac{\partial f_2}{\partial p_y} & \frac{\partial f_2}{\partial p_z} & \frac{\partial f_2}{\partial \phi} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta} & \frac{\partial f_2}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_3}{\partial p_x} & \frac{\partial f_3}{\partial p_y} & \frac{\partial f_3}{\partial p_z} & \frac{\partial f_3}{\partial \phi} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta} & \frac{\partial f_3}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_4}{\partial p_x} & \frac{\partial f_4}{\partial p_y} & \frac{\partial f_4}{\partial p_z} & \frac{\partial f_4}{\partial \phi} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta} & \frac{\partial f_4}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_5}{\partial p_x} & \frac{\partial f_5}{\partial p_y} & \frac{\partial f_5}{\partial p_z} & \frac{\partial f_5}{\partial \phi} & \frac{\partial f_5}{\partial \theta} & \frac{\partial f_5}{\partial \psi} \\ \frac{\partial f_6}{\partial p_x} & \frac{\partial f_6}{\partial p_y} & \frac{\partial f_6}{\partial p_z} & \frac{\partial f_6}{\partial \phi} & \frac{\partial f_6}{\partial \theta} & \frac{\partial f_6}{\partial \psi} \end{bmatrix}$$

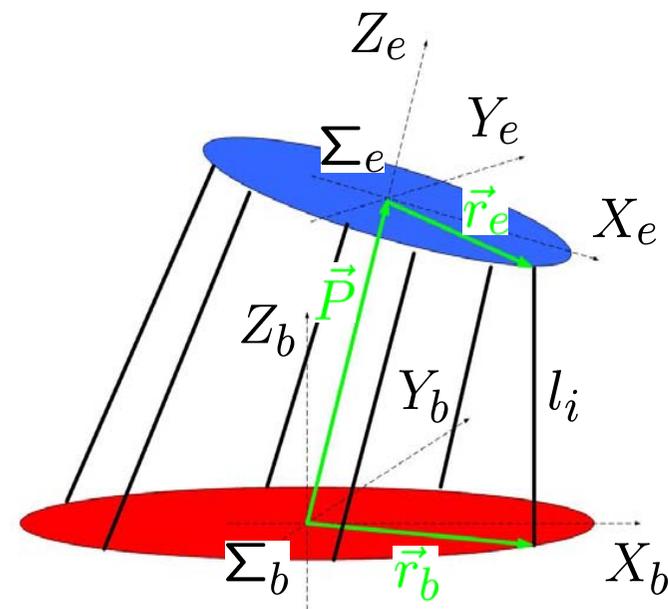


# 運動モデルの導出(8)

- ヤコビアン  $J(\Theta)$  に逆行列が存在するならば, 以下のように変形できる

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J^{-1}(\Theta) \begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \\ \dot{l}_4 \\ \dot{l}_5 \\ \dot{l}_6 \end{bmatrix}$$

- この式を積分することにより, 順運動学問題を解くことができる



# パラレルリンクの順運動学(1)

$$l = f(\theta) \Rightarrow \text{OK}$$

$$\theta = f^{-1}(l) \Rightarrow ?$$

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \left( \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \right)^{-1} \frac{dl}{dt}$$

$$\frac{d\theta_c}{dt} = \left( \frac{\partial f(\theta_c)}{\partial \theta} \right)^{-1} (i_d + K(l_d - f(\theta_c)))$$

$$\theta_c = \int \dot{\theta}_c dt$$



## パラレルリンクの順運動学(2)

$$\left(\frac{\partial f(\theta_c)}{\partial \theta}\right)^{-1} \frac{dl}{dt} = \left(\frac{\partial f(\theta_c)}{\partial \theta}\right)^{-1} (\dot{l}_d + K(l_d - l(\theta_c)))$$

$$\left(\frac{\partial f(\theta_c)}{\partial \theta}\right)^{-1} (\dot{l}_d - \dot{l}(\theta_c) + K(l_d - l(\theta_c))) = 0$$

$$(\dot{l}_d - \dot{l}(\theta_c)) + K(l_d - l(\theta_c)) = 0$$

$$(l_d - l(\theta_c)) \rightarrow 0$$



# 講義予定

- 10月 7日 第 1回 ガイダンス, 本講義で用いる数学
- 10月14日 第 2回 運動の解析
- 10月21日 第 3回 運動の解析
- 10月28日 第 4回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月 4日 第 5回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月11日 第 6回 休講 (制御工学演習)
- 11月18日 第 7回 休講 (制御工学演習)
- 11月25日 第 8回 休講 (制御工学演習)
- 12月 2日 第 9回 休講 (制御工学演習)
- 12月 9日 第10回 進学・就職説明会のため休講
- 12月16日 第11回 モーションベースの運動モデルの導出
- 1月13日 第12回 ロボット技術の現状
- 1月20日 第13回 船舶 (水中ロボット) の運動モデル
- 1月27日 第14回 セミアクティブサスペンションの制御
- 2月 3日 第15回 ロボット工学と人間工学



# 船舶の運動モデル

## North-East down coordinate system (NED)

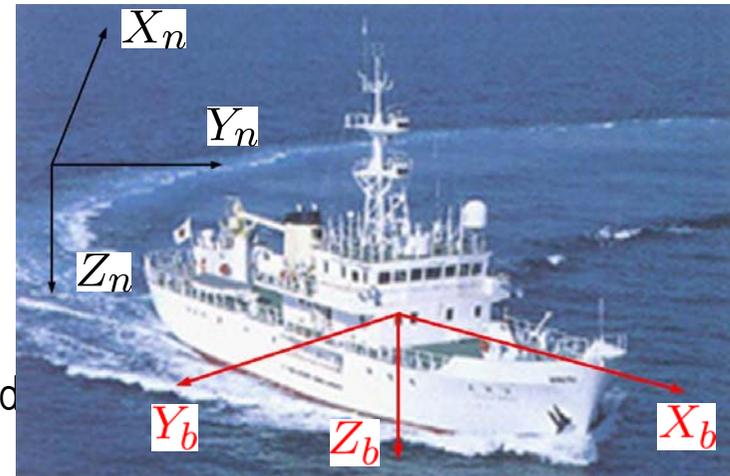
- Usually defined as the tangent plane on the surface of the Earth.

$X_n$  : North  
 $Y_n$  : East  
 $Z_n$  : Downward

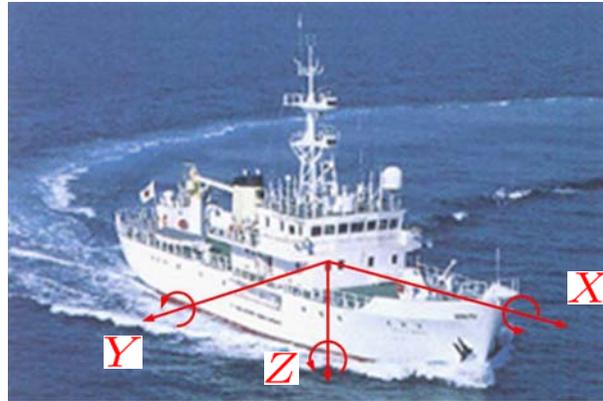
## Body-fixed coordinate system (BODY)

- Moving coordinate frame which is fixed to the ship.

$X_b$  : longitudinal axis  
 $Y_b$  : transversal axis  
 $Z_b$  : normal axis



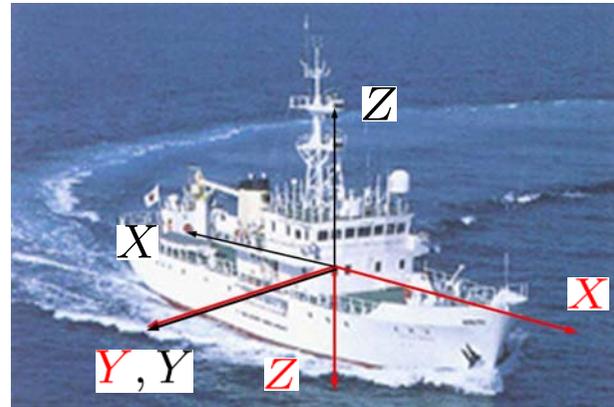
# Notations of SNAME(1950)



	Forces and Moments	Linear and Angular Velocities	Positions and Euler Angles
Motions in the x-direction (surge)	$X$	$u$	$x$
Motions in the y-direction (sway)	$Y$	$v$	$y$
Motions in the z-direction (heave)	$Z$	$w$	$z$
Rotation about the x-axis (roll, heel)	$K$	$p$	$\phi$
Rotation about the y-axis (pitch, trim)	$M$	$q$	$\theta$
Rotation about the z-axis (yaw)	$N$	$r$	$\psi$



# Relation between Notations



	Hydrodynamics	SNAME
Motions in the x-direction (surge)	$\eta_1$	$x$
Motions in the y-direction (sway)	$\eta_2$	$y$
Motions in the z-direction (heave)	$\eta_3$	$z$
Rotation about the x-axis (roll, heel)	$\eta_4$	$\phi$
Rotation about the y-axis (pitch, trim)	$\eta_5$	$\theta$
Rotation about the z-axis (yaw)	$\eta_6$	$\psi$



# 運動学モデル (6DOF)

- 運動学は動きの幾何学的関係を扱う
- 運動学モデルはNEDとBODYの間の座標変換を意味する

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu$$

$$\eta = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$$

$$\nu = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$$

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta & 0 & 0 & 0 \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi & 0 & 0 & 0 \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix}$$



# 動力学モデル (6DOF)

- 動力学とは動きの原因となる力の解析である
- モデルはニュートン力学と流体力学からなる
- ニュートン力学モデルは以下のようなになる

- Forces

$$\begin{aligned} m \left[ \dot{u} - vr + wq - x_g (q^2 + r^2) + y_g (pq - \dot{r}) + z_g (pr - \dot{q}) \right] &= X \\ m \left[ \dot{v} - wp + ur - y_g (r^2 + p^2) + z_g (qr - \dot{p}) + x_g (qp - \dot{r}) \right] &= Y \\ m \left[ \dot{w} - uq + vp - z_g (p^2 + q^2) + x_g (rp - \dot{q}) + y_g (rq - \dot{p}) \right] &= Z \end{aligned}$$



# 動力学モデル (6DOF)

- ニュートン力学モデルは以下のようなになる

- Moments

$$\begin{aligned} I_x \dot{p} + (I_z - I_y) qr - (\dot{r} + pq) I_{xz} + (r^2 - q^2) I_{yz} + (pr - \dot{q}) I_{xy} \\ + m [y_g (\dot{w} - uq + vp) - z_g (\dot{v} - wp + ur)] &= K \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z) rp - (\dot{p} + pq) I_{xy} + (p^2 - r^2) I_{zx} + (qp - \dot{r}) I_{yz} \\ + m [z_g (\dot{u} - vr + wq) - x_g (\dot{w} - uq + vp)] &= M \\ I_z \dot{r} + (I_y - I_x) pq - (\dot{q} + rp) I_{yz} + (q^2 - p^2) I_{xy} + (rq - \dot{p}) I_{zx} \\ + m [x_g (\dot{v} - wp + ur) - y_g (\dot{u} - vr + wq)] &= N \end{aligned}$$

- 流体力学によるforcesとmomentsは以下の変数より与えられる  
 $X, Y, Z, K, M, N$



# Mathematical Model (6DOF)

## 6DOF Mathematical Model (BODY)

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu$$

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau + g_0 + w$$

$M$  : system inertia matrix  
(including added mass)

$C(\nu)$  : Coriolis – centripetal matrix  
(including added mass)

$D(\nu)$  : damping matrix

$g(\eta)$  : vector of gravitational/buoyancy forces and moments

$\tau$  : vector of control inputs

$g_0$  : vector used for pretrimming  
(ballast control)

$w$  : vector of environmental disturbances  
(wind, waves and currents)



# Mathematical Model (6DOF)

## 6DOF Mathematical Model (NED)

$$M^*(\eta)\ddot{\eta} + C^*(\nu, \eta)\dot{\eta} + D^*(\nu, \eta)\dot{\eta} + g^*(\eta) = J^{-T}(\eta) (\tau + g_0 + w)$$

$$\left( \begin{array}{l} \nu \\ \dot{\nu} \\ M^*(\eta) \\ C^*(\nu, \eta) \\ D^*(\nu, \eta) \\ g^*(\eta) \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} J^{-1}(\eta)\dot{\eta} \\ J^{-1}(\eta) [\dot{\eta} - \dot{J}(\eta)J^{-1}(\eta)\dot{\eta}] \\ J^{-T}(\eta)MJ^{-1}(\eta) \\ J^{-T}(\eta) [C(\nu) - MJ^{-1}(\eta)\dot{J}(\eta)] J^{-1}(\eta) \\ J^{-T}(\eta)D(\nu)J^{-1}(\eta) \\ J^{-T}(\eta)g(\eta) \end{array} \right)$$



# 船舶用のモデルの簡略化

- 船舶用として以下の制御が知られている
  - Autopilot
  - Way-point Control
  - Dynamic Positioning Systems
  - Anti-rolling Control
- 6 DOF nonlinear modelは複雑なので, 一般には, 適切な近似が用いられる



# Ex.) Autopilot

- Nomoto Model (1957)

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= r \\ \dot{r} &= -\frac{1}{T}r + \frac{K}{T}\delta\end{aligned}$$

- $T$   $K$  : Nomoto time and gain constants
- $\delta$  : Rudder angle
- Yawの動きのみを取り出している



# Ex.) Autopilot

## Nomoto Modelの求め方

- Kinematics

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= \frac{\sin \phi}{\cos \theta} q + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} r \\ &\approx r \quad (\text{linear approximation around } \phi = \theta = 0)\end{aligned}$$

- Dynamics

$$\begin{aligned}\dot{r} &= f_r(\eta, \nu, \tau(\delta), w) \\ &\approx -\frac{1}{T}r + \frac{K}{T}\delta\end{aligned}$$



# 講義予定

- 10月 7日 第 1回 ガイダンス, 本講義で用いる数学
- 10月14日 第 2回 運動の解析
- 10月21日 第 3回 運動の解析
- 10月28日 第 4回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月 4日 第 5回 マニピュレータの運動方程式の導出
- 11月11日 第 6回 休講 (制御工学演習)
- 11月18日 第 7回 休講 (制御工学演習)
- 11月25日 第 8回 休講 (制御工学演習)
- 12月 2日 第 9回 休講 (制御工学演習)
- 12月 9日 第10回 進学・就職説明会のため休講
- 12月16日 第11回 モーションベースの運動モデルの導出
- 1月13日 第12回 ロボット技術の現状
- 1月20日 第13回 船舶 (水中ロボット) の運動モデル
- 1月27日 第14回 セミアクティブサスペンションの制御
- 2月 3日 第15回 ロボット工学と人間工学



# 安全と安心

- 安全 (Safety):  
安らかで危険のないこと. 平穩無事. 物事が損傷したり危害を受けたりするおそれのないこと.  
Safety is the state of being safe from harm or danger.
- 安心 (Security):  
心配・不安がなくて心が安らぐこと. また, 安らかなこと.  
A feeling of security is a feeling of being safe and free from worry.
- 安全は買うことが出来るが安心は買うことが出来ない.
- ロボットにおいて“安心”をどのように実現するか, 今後の課題である



# 人間工学

- 最終的に操作を行うのは人間なので,人間にとって,“使いやすさ”,“満足感”,“安全性”,“効率性”,“快適性”などが要求される
- 上記の問題から,“人間工学(ergonomics)”という学問が誕生した
- 人間工学とは,“すべての事態のもとにおける人間について,生理学的・解剖学的ならびに心理学的な諸特性・諸機能を解明し,人間に最も適合した機械装置を設計製作したり,作業場の配置を合理化し,作業環境条件を最適化するための実践科学である”と定義される
- 人間工学が扱われる主な対象は,機器のインタフェース部分,特にマンマシンインタフェースに適用される
- マンマシンインタフェースとは,人間と機械の接触空間のことで,情報入力装置,表示機器のことをいい,人間が扱いやすいものが望まれる



# 人間工学的に作成されたもの

- キーボード
- マウス
- 爪きり
- ボールペン
- ペットボトル など



# 緊急時における人間工学

- ロボットにおいて,最も人間工学を考えなければならないときは,緊急事態時であり,多くの安全対策が必要となる.
  - (a) 緊急時の表示・認識
  - (b) 緊急時の警告音
  - (c) 緊急時の行動



# 緊急時の表示・標識に求められる要件

- 誘目性のあること
- 見やすい絵や文字の大きさであること
- 表示内容が瞬時に理解できること
- 視力に配慮が必要な人でも見やすいこと
- 人々の視線がいきやすい方向に設置されていること
- できるだけ多くの方向から確認できること
- 物陰になりにくいこと
- 暗い環境でもみえること



# 緊急時の警告音に求められる要件

- 緊急信号, 危険信号, 警告音に分類される
  - 緊急信号: 直ちに危険区域から避難することを指示
  - 危険信号: 救出・安全確保のために緊急の行動を取ることを指示
  - 警告音: 危険を除去・制御するための行動を取ることを指示
- 現状では, これらの区分けに関して, 統一された音のイメージが確率されていないため, 利用に際しては注意が必要



# 緊急時の行動

- 予期せぬ事態が発生した場合, 人間はとっさの行動をとる.
- とっさの行動が, 適切である行動とは限らず, 防災訓練・避難訓練は, 適切なとっさの行動をとるための訓練である.
- 緊急事態が, 学習行動ですべて対応できるとは限らないが, 学習行動を多く身に付けることにより, 危険を察知する感受性は格段に増す.
- 緊急事態を防ぐ方法に, “フェイルセーフ”と“フルプルーフ”がある.
- フェイルセーフとは, システムに故障が発生した場合に, 常にシステムが安全側に切り替わり, 最悪の事態とならないようにするためのシステム的设计法である.
- フールプルーフとは, 使用者のうっかりミスを受付ないようにして, 誤動作を防ぐ方法である.



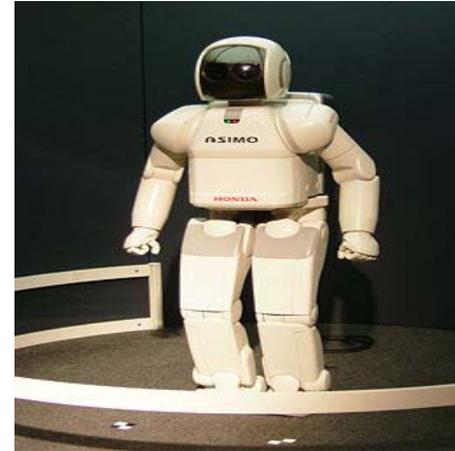
# インダストリアルデザイン

- ロボット製作における重要ポイントは“技術力”, “経済性”, “芸術性”である
- 3要素の一部だけが特出していても, “良い製品”とはなりえない
- この3要素をバランスよく設計するのがインダストリアルデザインである



# ロボットのデザイン

- デザインも, マンマシンインタフェースの一部と考えられる
- 人間に親しみを感じてもらうため, 不安にさせないためにはデザインは非常に重要である
- 誰もが良いと感じるデザインは存在しないため, 個人の感性の世界ではある



# ロボット工学II レポート課題

## 課題

- 本講義で解説した内容をまとめ, 今後, どのようなロボットが必要となるか, 自分なりの考えを述べよ.

## 要件

- A4レポート用紙3枚程度(ワープロ可)

## 提出期限

- 平成21年2月23日(月) 18:00まで

## 提出先

- 清水教員室. もしくはe-mailの添付ファイル.

